Q.4 La charge produite par frottement est en général de l'ordre de 1nC. Cette charge correspond à peu près combien de charge élémentaire (e)?

rép : $e = 1.602\times10^{-19}C$

ainsi $xe = 1nC$, s'agit seulement de trouver x par produit croisé.

$$e = 1.602\times10^{-19}C$$
$$xe = 1\times10^{-9}C$$
$$\Rightarrow x = \frac{10^{-9}C}{1.602\times10^{-19}C} = 6.24\times10^{9}$$

La charge produite par le frottement correspond à peu près à 6.24×10^{9} fois la charge élémentaire (e).

Q8 On place une charge ponctuelle q à mi-chemin entre deux charges ponctuelles égales à Q (figure 1.20). La charge q est-elle en équilibre? Si oui, s'agit-il d'un équilibre stable ou instable? On suppose que q et Q sont (a) de même signe et (b) de signes opposés. (Indice : Considérez de petits déplacements à partir du centre.)

rép: (a) La charge n'est pas en équilibre puisque les charges se repoussent.

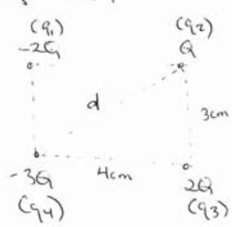
(b) oui, mais instable puisque tout petit déplacement de la charge q est préférentielle pour une des charges Q.

Q.1.11
Un journal rapporte qu'est on vient de découvrir une nouvelle particule élémentaire de charge $4.00\times10^{-19}C$. Quelle est votre réaction?

Impossible, puisque toute charge doit être un nombre entier de la charge élémentaire ($e = 1.602\times10^{-19}C$).
Cependant si ceci serait vrai un grand fondement de la physique se verrait ~~être revu~~ tomber à l'eau et devrait être revu.

E4 Soit quatre charges ponctuelles situées aux sommets d'un rectangle comme le montre la figure 1.24. On donne $Q = 4nC$. Quelle est la force électrique résultante, issue des trois charges, exercée sur (a) la charge $-2Q$ et (b) la charge $-3Q$?

Schéma :



(par convention les charges de signe opposé s'attire et au même signe se repousse)

avec $d = \sqrt{(3cm)^2 + (4cm)^2} = 5cm$

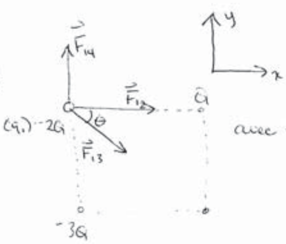
rép(a) : Les forces agissant sur $q_1(-2Q) \Rightarrow (Q = 4\times10^{-9}C)$

$$F_{12} = \frac{k|q_1q_2|}{r^2} = \frac{(8.99\times10^{9}\frac{N.m^2}{C^2})|(-2)\cdot4\times10^{-9}C\times4\times10^{-9}C|}{(0.04m)^2}$$
$$= 1.8\times10^{-4}N$$

$$F_{13} = \frac{k|q_1q_3|}{r^2} = \frac{(8.99\times10^{9}\frac{N.m^2}{C^2})|(-2)(4\times10^{-9}C)2(4\times10^{-9}C)|}{(0.05m)^2}$$
$$= 2.30\times10^{-4}N$$

$$F_{14} = \frac{k|q_1q_4|}{r^2} = \frac{(8.99\times10^{9}\frac{N.m^2}{C^2})|(-2)(4\times10^{-9}C)\cdot(-3)(4\times10^{-9}C)|}{(0.03m)^2}$$
$$= 9.59\times10^{-4}N$$

Schéma de Force : (sur q_1)



avec $\tan\theta = 3cm/4cm$

$\theta = 36.87°$

Donc, pour x : $\sum F_x = F_{12} + F_{13}\cos(36.87°)$
$= (1.8\times10^{-4}N) + (2.30\times10^{-4}N)\cos(36.87°)$
$= 3.64\times10^{-4}N$

pour y : $\sum F_y = F_{14} - F_{13}\sin(36.87°)$
$= (9.59\times10^{-4}N) - (2.3\times10^{-4}N)\sin(36.87°)$
$= 8.21\times10^{-4}N$

La force résultante sur la charge $(-2Q)$ est de
$\vec{F}_R = (3.64\times10^{-4}N)\hat{i} + (8.25\times10^{-4}N)\hat{j}$

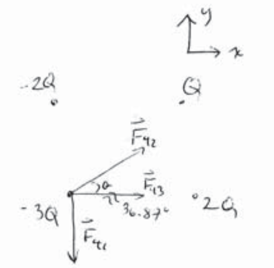
rép(b) : Les forces agissant sur q_4 $(-3Q)$ sont :

$|\vec{F}_{41}| = |\vec{F}_{14}| = 9.59\times10^{-4}N$ (reste la même)

$$F_{42} = \frac{(8.99\times10^{9}\frac{N.m^2}{C^2})|(-3)(4\times10^{-9}C)(4\times10^{-9}C)|}{(0.05m)^2}$$
$$= 1.73\times10^{-4}N$$

$$F_{43} = \frac{(8.99\times10^{9}\frac{N.m^2}{C^2})|(-3)(4\times10^{-9}C)\cdot2(4\times10^{-9}C)|}{(0.04m)^2}$$
$$= 5.39\times10^{-4}N.$$

Schéma de force :



Donc, pour x : $\sum F_x = F_{43} + F_{42}\cos(36.87°)$

$= 5.39\times10^{-4}N + 1.73\times10^{-4}N(\cos 36.87°)$
$= 6.77\times10^{-4}N$

pour y : $\sum F_y = F_{42}\sin(36.87°) - F_{41}$

$= (1.73\times10^{-4}N)\sin(36.87°) - 9.59\times10^{-4}N$
$= -8.55\times10^{-4}N$

La force resultante sur la charge (-3Q) est de

$$\vec{F}_R = (6.77\times10^{-4}N)\hat{i} - (8.55\times10^{-4}N)\hat{j}$$

E.11 La figure 1.26 représente cinq charges ponctuelles placées sur une droite, à intervalles de 1cm. Pour quelles valeurs de q_1 et q_2 la force électrique résultante exercée sur chacune des trois autres charges est-elle nulle?

Schéma : (q_3) $2\mu C$ — q_1 — (q_4) $1\mu C$ — q_2 — (q_5) $2\mu C$ (1cm)

Observation : - puisque la force résultante sur les charges q_3, q_4 et q_5 sont nulle ($\vec{F}_3 = \vec{F}_4 = \vec{F}_5 = 0$) il se doit de toutes évidences que q_1 et q_2 doivent être de la même valeur due à la symétrie du système.

- De plus puisque les charges à l'extrémité sont positives il se doit que les charges q_1 et q_2 sont négative sinon les charges seraient repoussé et $\vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \vec{F}_5 \neq 0$

Considérons le système où nous calculons la somme des forces sur la charge q_3 est dont la résultante est nulle.

(selon le schéma et les observations)

$$F_3 = 0 = \frac{k|q_3q_1|}{r_{31}^2}\hat{i} - \frac{k|q_3q_4|}{r_{34}^2}\hat{i} + \frac{k|q_3q_2|}{r_{32}^2}\hat{i} - \frac{k|q_3q_5|}{r_{35}^2}\hat{i}$$

(avec $q_1 = q_2$) $\quad \vec{F}_3 = 0 = (2\mu C)\left(\frac{q_1}{(0.01m)^2} - \frac{(1\mu C)}{(0.02m)^2} - \frac{(2\mu C)}{(0.04m)^2} + \frac{q_1}{(0.03)^2}\right)\hat{i}$

(isoler pour q_1) $\quad \Rightarrow 2.22\times10^4\frac{\mu C}{m^2}q_1\hat{i} = 7.5\times10^3\frac{\mu C^2}{m^2}\hat{i}$

$\Rightarrow q_1 = 0.338\mu C = q_2$ et puisqu'ils doivent être $\ominus$

$\Rightarrow q_1 = q_2 = -0.338\mu C$

E.15 Deux boules de mousse de polystyrène se trouvent à 4cm l'une de l'autre et se repoussent avec une force électrique de module 0.2N. Trouvez les valeurs des deux charges sachant que l'une des boules a une charge qui correspond au double de l'autre.

rep : (schéma)

boule 1 charge q_1 — boule 2 charge q_2

(équation)
et $q_1 = 2q_2$

Donc, $|\vec{F}| = 0.2N = \frac{k|q_1q_2|}{r^2}$

$$= \frac{(8.99\times10^9\frac{N.m^2}{C^2})|2q_2^2|}{(0.04m)^2}$$

$\Rightarrow 0.2N = 1.12\times10^{13}\frac{N}{C^2}|q_2^2|$

$\Rightarrow q_2^2 = 1.79\times10^{-14}C^2$
$\Rightarrow q_2 = \pm1.34\times10^{-7}C$

ainsi puisque $q_1 = 2q_2 \Rightarrow q_1 = \pm2.67\times10^{-7}C$

q_1 et q_2 peuvent être $\oplus$ ou $\ominus$ mais il se doit que q_1 et q_2 soit du même signe puisqu'ils se repoussent.

E.19 Dans un nuage d'orage se trouvent deux charges de même grandeur et de signes opposés ($\pm40C$) distantes de 5km (figures 1.30). En supposant qu'elles peuvent être considérées comme des charges ponctuelles, quelle est le module de la force électrique qu'elles exercent l'une sur l'autre?

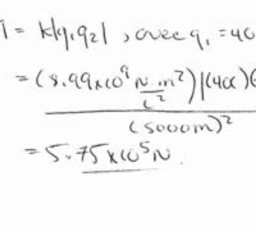
$|F| = k|q_1q_2|$, avec $q_1 = 40C$ et $q_2 = -40C$

$$= \frac{(8.99\times10^9\frac{N.m^2}{C^2})|(40C)(-40C)|}{(5000m)^2}$$

$= 5.75\times10^5N$

P.8 (voir livres pour question)

rép : schéma



On cherche la force électrique résultante sur q_8. Toutes les charges ont la même valeur. $Q>0$.
Ainsi selon pythagore, $r_{48} = r_{68} = r_{58} = \sqrt{d^2+d^2} = \sqrt{2}d$

selon le schéma et les forces sur q_8 Ainsi $\vec{F}_{81} = \frac{kQ^2}{d^2}\hat{j}$

$\vec{F}_{82} = \frac{kQ^2}{d^2}\hat{i}$

$\vec{F}_{83} = \frac{kQ^2}{d^2}\hat{k}$

Pour les 3 charges q_4, q_5, q_6 la force est parallèle aux diagonales des faces et possède deux composantes.
De plus $\theta_{84} = \theta_{85} = \theta_{86} = 45°$ (faisant un angle de 45° par rapport à leurs axes respectifs)

Ainsi, $\vec{F}_{84} = F_{84}\cos\theta_{84}\,\hat{i} + F_{84}\sin\theta_{84}\,\hat{j}$

$$= \frac{kQ^2}{(\sqrt{2}d)^2}\cos\theta_{84}\,\hat{i} + \frac{kQ^2}{(\sqrt{2}d)^2}\sin\theta_{84}\,\hat{j}$$

$$= \frac{kQ^2}{2d^2}\frac{\sqrt{2}}{2}\,\hat{i} + \frac{kQ^2}{2d^2}\frac{\sqrt{2}}{2}\,\hat{j}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{4}\frac{kQ^2}{d^2}\,\hat{i} + \frac{kQ^2}{d^2}\frac{\sqrt{2}}{4}\,\hat{j}$$

$$\vec{F}_{85} = F_{85}\cos\theta_{85}\,\hat{i} + F_{85}\sin\theta_{85}\,\hat{k} = \frac{\sqrt{2}}{4}\frac{kQ^2}{d^2}\,\hat{i} + \frac{\sqrt{2}}{4}\frac{kQ^2}{d^2}\,\hat{k}$$

$$\vec{F}_{86} = F_{86}\cos\theta_{86}\,\hat{j} + F_{86}\sin\theta_{86}\,\hat{k} = \frac{\sqrt{2}}{4}\frac{kQ^2}{d^2}\,\hat{j} + \frac{\sqrt{2}}{4}\frac{kQ^2}{d^2}\,\hat{k}$$

∴ enfin, $\vec{F}_{87}$ qui est selon la diagonale (voir schéma) qui traverse le cube, c-à-d parallèle au vecteur $\vec{r}$ (voir question) qui donne la position de q_8. On peut exprimer $\vec{F}_{87}$ en faisant appel à un vecteur unitaire parallèle à $\vec{r}$, soit $\vec{u}_r = \frac{\vec{r}}{r}$

avec $\frac{\vec{r}}{r} = \frac{d\hat{i} + d\hat{j} + d\hat{k}}{\sqrt{3}d} = \frac{1}{\sqrt{3}}(\hat{i}+\hat{j}+\hat{k})$

et $\vec{F}_{87} = F_{87}\vec{u}_r = \frac{kQ^2}{(\sqrt{3}d)^2}\frac{1}{\sqrt{3}}(\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}) = \frac{\sqrt{3}}{9}\frac{kQ^2}{d^2}(\hat{i}+\hat{j}+\hat{k})$

On calcule ensuite la force résultante sur q_8:

$\vec{F}_8$:

$$\vec{F}_8 = \frac{kQ^2}{d^2}\hat{j} + \frac{kQ^2}{d^2}\hat{i} + \frac{kQ^2}{d^2}\hat{k} + \frac{\sqrt{2}}{4}\frac{kQ^2}{d^2}\hat{i} + \frac{\sqrt{2}}{4}\frac{kQ^2}{d^2}\hat{j} + \frac{\sqrt{2}}{4}\frac{kQ^2}{d^2}\hat{i}$$

$$+ \frac{\sqrt{2}}{4}\frac{kQ^2}{d^2}\hat{k} + \frac{\sqrt{2}}{4}\frac{kQ^2}{d^2}\hat{j} + \frac{\sqrt{2}}{4}\frac{kQ^2}{d^2}\hat{k} + \frac{\sqrt{3}}{9}\frac{kQ^2}{d^2}(\hat{i}+\hat{j}+\hat{k})$$

$$\Rightarrow \vec{F}_8 = \left(1 + \frac{2\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{9}\right)\frac{kQ^2}{d^2}\hat{i} + \left(1 + \frac{2\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{9}\right)\frac{kQ^2}{d^2}\hat{j} + \left(1 + \frac{2\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{9}\right)\frac{kQ^2}{d^2}\hat{k}$$

$$= \left(\frac{kQ^2}{d^2} + \frac{2\sqrt{2}}{4}\frac{kQ^2}{d^2} + \frac{\sqrt{3}}{9}\frac{kQ^2}{d^2}\right)(\hat{i}+\hat{j}+\hat{k})$$

$$= 1.90\frac{kQ^2}{d^2}(\hat{i}+\hat{j}+\hat{k})$$

(b) Dans ce cas-ci, les charges q_1, q_2, q_3 et q_7 dans le schéma changent de signe. Ainsi pour chacune de ces charges le sens des forces électriques associés changent.

$\vec{F}_{81} = -\frac{k}{d^2}Q^2\hat{j}$, $\vec{F}_{82} = -\frac{kQ^2}{d^2}\hat{i}$, $\vec{F}_{83} = -\frac{kQ^2}{d^2}\hat{k}$

et $\vec{F}_{87} = -\frac{\sqrt{3}}{9}\frac{kQ^2}{d^2}(\hat{i}+\hat{j}+\hat{k})$

Donc, avec la même démarche que dans (a), la résultante sur q_8 devient

$$\vec{F}_8 = \left(-\frac{kQ^2}{d^2} + \frac{2\sqrt{2}}{4}\frac{kQ^2}{d^2} - \frac{\sqrt{3}}{9}\frac{kQ^2}{d^2}\right)(\hat{i}+\hat{j}+\hat{k})$$

$$= \left(-0.485\frac{kQ^2}{d^2}\right)(\hat{i}+\hat{j}+\hat{k})$$

P.10 La somme de deux charges ponctuelles est égale à $+8\mu C$. Lorsqu'elles sont à 3 cm l'une de l'autre, chacune d'elles est soumise à une force électrique de module 150 N. Déterminez les valeurs des charges, sachant que la force est (a) répulsive ; (b) attractive.

rép: Deux équations à ce problème

$$① \quad q = +8\mu C = q_1 + q_2$$

$$\text{et } ② \quad 150\,N = |\vec{F}| = k\frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

∴ nous avons 2 équations et deux inconnues alors pas de problèmes!

pour (a) (répulsive) q_1 et q_2 doit être du même signe ∴ $|q_1 q_2| = q_1 q_2$

par ② $150\,N = k\frac{|q_1 q_2|}{r^2} \Rightarrow \frac{(150\,N)}{k}r^2 = |q_1 q_2|$

$$\Rightarrow \frac{(150\,N)(0.03\,m)^2}{\left(8.99\times10^9\,\frac{N.m^2}{C^2}\right)} = q_1 q_2$$

remplaçant $q_2 = 8\mu C - q_1$

$$\Rightarrow q_1(8\times10^{-6}C - q_1) = 1.50\times10^{-11}C^2$$

$$\Rightarrow q_1^2 - (8\times10^{-6}C)q_1 + 150\times10^{-11}C^2 = 0$$

Ainsi il faut résoudre par la formule du second degré

$$q_1 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{8.0\times10^{-6}C \pm \sqrt{(6.4\times10^{-11}C^2) - (6.0\times10^{-11}C^2)}}{2}$$

$$q_1 = \frac{8\mu C \pm 2\mu C}{2}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \Rightarrow q_1 = 5\mu C \text{ ou } q_1 = 3\mu C \\ \text{ainsi par ① } q_2 = 3\mu C \text{ ou } q_2 = 5\mu C \end{array}}$$

(b) pour que la force soit attractive, les 2 charges se doivent être de signes opposés.
Donc,

$$|q_1 q_2| = -q_1 q_2$$

ainsi $|F| = -150\,N = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$ (comme en (a))

$$\Rightarrow q_1 - (8.0\times10^{-6})q_1 - 1.50\times10^{-11}C^2 = 0$$

$$\Rightarrow q_1 = \frac{8\mu C \pm \sqrt{(6.4\times10^{-11}C^2) + (6.0\times10^{-11}C^2)}}{2}$$

$$= \frac{8\mu C \pm 11.14\mu C}{2}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \Rightarrow q_1 = 9.57\mu C \text{ ou } q_1 = -1.57\mu C \\ \text{et ainsi par ①} \\ q_2 = -1.57\mu C \text{ ou } q_2 = 9.57\mu C \end{array}}$$