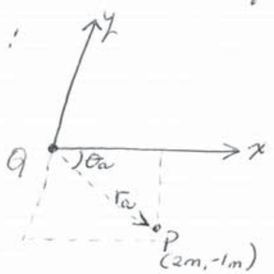
E2.9

(a) Trouvez le champ électrique à $(2m, -1m)$

Schéma :

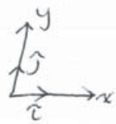


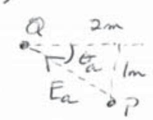
avec $Q = -5\mu C$
et $r_a = \sqrt{(2m)^2 + (-1m)^2}$
$= \sqrt{5}\ m$

$$\therefore |\vec{E}_a| = \frac{k|Q|}{r_a^2} = \frac{(8.99 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2}) |(-5 \times 10^{-6} C)|}{(5m^2)}$$

$$= 8.99 \times 10^3 N/C$$

Prochaine étape, déterminer les composantes du vecteur E_a. (note : les lignes de champ pour une charge ⊖ pointe vers l'intérieur)





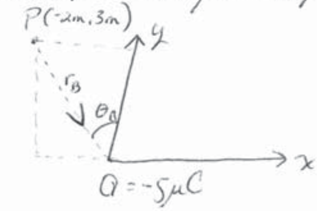
$$\Rightarrow \tan\theta_a = \frac{1m}{2m} = 26.6°$$

$$\therefore \vec{E} = |\vec{E}_a| \cos\theta_a (-\hat{i}) + |\vec{E}_a| \sin\theta_a (\hat{j})$$

$$= (-8.038\hat{i} + 4.025\hat{j}) \times 10^3 N/C$$

(b) trouvez le champ électrique au point $(-2m, 3m)$

Schéma :



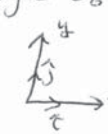
La magnitude du champ électrique est donné par

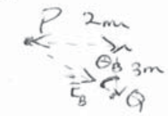
$$|\vec{E}_B| = \frac{k|Q|}{r_B^2}, \text{ avec } r_B^2 = (3m)^2 + (2m)^2 = 13m^2$$

$$\Rightarrow |\vec{E}_B| = \frac{(8.99 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2}) |(-5 \times 10^{-6} C)|}{13m^2}$$

$$= 3.458 \times 10^3 N/C$$

Les composantes du vecteurs $\vec{E}_B$ sont obtenue à partir de l'angle θ_B donné par





$$\Rightarrow \theta_B = \arctan\left(\frac{2m}{3m}\right) = 33.69°$$

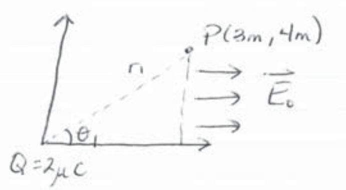
ainsi $\vec{E} = |\vec{E}_B| \sin\theta_B (\hat{i}) + |\vec{E}_B| \cos\theta_B (-\hat{j})$

$$= (1.918\hat{i} - 2.877\hat{j}) \times 10^3 N/C$$

c) rép: Non, puisque le champ de chaque charge est indépendant des autres charges peut importe leurs positions.

d) rép: Oui, puisque le champ résultant est la somme vectorielle des deux charges.

E.17 schéma :



Q: Trouver le champ électrique au point P et la force électrique en y plaçant une charge de 5μC.

rép: Soit, $|\vec{E}_1| = \frac{k|Q|}{r_1^2}$, avec $r_1^2 = (3m)^2 + (4m)^2 = 25m^2$

$$= \frac{(8.99\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2})|(2\times10^{-6}C)|}{25m^2}$$

$= 719.2 N/C$

(note: charge (+) pointe vers l'extérieur)

Ainsi les composantes du champs électriques $\vec{E}_1$ sont obtenues à partir de l'angle θ_1, donné par $\theta_1 = \arctan(4m/3m) = 53.13°$.

$\therefore \vec{E}_1 = |\vec{E}_1|\cos\theta_1 \hat{i} + |\vec{E}_1|\sin\theta_1 \hat{j}$
$= 431,5 N/C \hat{i} + 575.4 N/C \hat{j}$ →

par le principe de superposition : $\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i = \vec{E}_0 + \vec{E}_1$

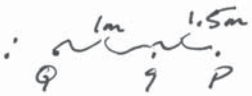
ainsi, $\vec{E} = (931.5 N/C)\hat{i} + (575.4 N/C)\hat{j}$

Donc, la force résultante agissant sur la charge de 5μC au point (3m, 4m) est donné par

$\vec{F_E} = |q|\vec{E} = |(5.0\times10^{-6}C)|(931.5 N/C \hat{i} + 575.4 N/C \hat{j})$

$= (4.66\hat{i} + 2.88\hat{j})\times10^{-3} N$

E.49 schéma :



raisonnement : puisque Q>0 et que le champ est nulle en x = 2.5m, il se doit que q soit négatif
⇒ q<0 et donc |q| = -q

$\therefore$ (au point P à 2.5m) $\vec{E} = \vec{E_Q} + \vec{E_q} = \vec{0}$

$$\Rightarrow \frac{K|Q|}{r_1^2}(\hat{i}) + \frac{K|q|}{r_2^2}(-\hat{i}) = 0$$

Q>0 ∴ les lignes pointes vers l'ext.

q<0 ∴ les lignes pointes vers l'int.

$$\Rightarrow \frac{|Q|}{r_1^2} = \frac{|q|}{r_2^2} \Rightarrow \frac{|Q|}{r_1^2} = \frac{-q}{r_2^2} \Rightarrow -\frac{|Q|}{r_1^2}r_2^2 = q$$

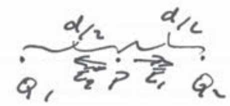
$$\Rightarrow q = -\frac{(0.20\times10^{-9}C)\cdot(1.5m)^2}{(2.5m)^2}$$

$= -0.072 nC$

Q : Soient des charges ponctuelles Q_1 et Q_2 situées respectivement en $x=0$ et $x=d$. Quelle est la relation entre les deux charges si le champ électrique résultant est nul aux points suivants (a) $x=\frac{d}{2}$, (b) $x=2d$ et (c) $x=-\frac{d}{2}$

Note : pour faciliter la tâche nous posons $Q_1 > 0$!!!

rép (a) : schéma →

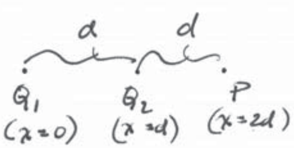


raisonnement : pour que le champ résultant situé entre les 2 charges soit nul il se doit que les 2 charges soient de même signes et de magnitudes identiques.

$\therefore \vec{E} = |\vec{E}_{Q_1}|\hat{\imath} + |\vec{E}_{Q_2}|(-\hat{\imath}) = 0$

$\Rightarrow \frac{|Q_1|}{(d/2)^2} = \frac{|Q_2|}{(d/2)^2} \Rightarrow |Q_1| = |Q_2|$ avec $Q_2 > 0$

rép (b) :



raisonnement : Pour que le champ électrique à $P(x=2d)$ soit nulle il se doit que Q_1 et Q_2 soit de signe opposé.

Donc, $Q_2 < 0$ et $|Q_2| = -Q_2$

→

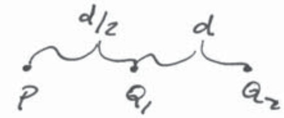
Ainsi, $\vec{E} = \vec{E}_{Q_1} + \vec{E}_{Q_2} = \vec{0}$

$= |\vec{E}_{Q_1}|(\hat{\imath}) + |\vec{E}_{Q_2}|(-\hat{\imath}) = 0 \Longrightarrow \frac{|Q_1|}{(2d)^2} = \frac{|Q_2|}{(d)^2}$

$\Rightarrow \frac{|Q_1|}{4} = |Q_2|$

$\Rightarrow Q_2 = -\frac{Q_1}{4}$

rép (c) :



raisonnement : pour que le champ soit nulle au point $P(x=-d/2)$ il se doit que Q_1 et Q_2 soit de signe opposé.

Donc, $Q_2 < 0$ et $|Q_2| = -Q_2$

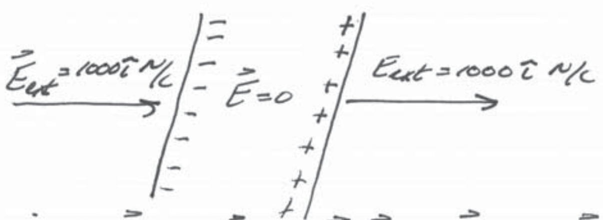
Ainsi, $\vec{E} = \vec{E}_{Q_1} + \vec{E}_{Q_2} = \vec{0}$

$\Rightarrow |\vec{E}_{Q_1}|(-\hat{\imath}) + |\vec{E}_{Q_2}|(\hat{\imath}) = 0$

$\Rightarrow \frac{|Q_1|}{r_1^2} = \frac{|Q_2|}{r_2^2} \Rightarrow \frac{(3d/2)^2 |Q_1|}{(d/2)^2} = -Q_2$

$\Rightarrow Q_2 = -Q_1 \cdot 9$

(E.36) Sous l'influence du champ electique extérieur $\vec{E}_{ext}$, il y a réarrangement de charges à l'intérieur de la plaque et en particulier sur les deux surface perpendiculaires au champ extérieur. La charge induite de signes opposés qui apparait sur ces deux surfaces crée un champ induit $\vec{E}_{ind}$ qui s'oppose au champ extérieur. Dans la plaque, le champ résultant $\vec{E}$ doit être nul (voir schéma)



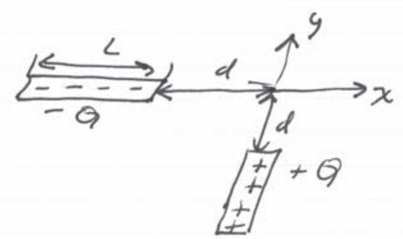
ainsi $\vec{E}_{ext} + \vec{E}_{ind} = \vec{E} = \vec{0} \Rightarrow \vec{E}_{ind} = -\vec{E}_{ext}$

$$\Rightarrow |\vec{E}_{ind}| = |\vec{E}_{ext}| = 1000\,N/C$$

ainsi la densité surfacique est déterminée par

$$E_{ind} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \Rightarrow \sigma = \varepsilon_0 E_{ind} = (1000\,N/C)\left(8.854\times10^{-12}\,\frac{C^2}{N.m^2}\right)$$
$$= 8.854\times10^{-9}\,C/m^2$$

(E.41) rép:



On donne $d = 0.01m$, $Q = 0.2\mu C$ et $L = 0.05m$

avec les densité linéiques des tiges données par

$$\lambda_{-Q} = \frac{-Q}{L} = \frac{-0.2\mu C}{0.05m} = \frac{-4\mu C}{m}$$

et $\lambda_Q = \frac{Q}{L} = \frac{0.2\mu C}{0.05m} = \frac{4\mu C}{m}$

Compte tenu de la position de l'origine, la distance entre un élément de charge de la tige horizontal est $r_1 = -x$. Pour le fil vertical, $r_2 = -y$. Les bornes $-d \le r_1, r_2 \le -(d+L)$;

Donc, les champs pour les tiges sont:

(tige horizontal $-Q$)

$$\vec{E}_{-Q} = \int dE_{1x}\,\hat{\imath} = \int k\,|\lambda_{-Q}|\,\frac{dx}{r_1^2}\,\hat{\imath} = \frac{k|Q|}{L}\int_{-(L+d)}^{-d}\frac{dx}{x^2}\,\hat{\imath}$$

avec $Q \ominus$ ($|Q| = -Q$) $\Rightarrow \vec{E}_{-Q} = \frac{-kQ}{L}\left[\frac{-1}{x}\right]_{-(L+d)}^{-d}\hat{\imath}$

$$= \frac{kQ}{L}\left(\frac{1}{(L+d)} - \frac{1}{d}\right)\hat{\imath} = \frac{kQ}{L}\left(\frac{d-L+d}{d(L+d)}\right)\hat{\imath}$$
$$= kQ\left(\frac{-1}{d(L+d)}\right)\hat{\imath}$$

$$\Rightarrow \vec{E}_{-Q} = \left(8.99\times10^{9}\,\frac{N.m^2}{C^2}\right)\left(0.2\times10^{-6}C\right)\left(\frac{1}{6\times10^{-4}m^2}\right)(-\hat{\imath})$$

$$= 3.00\times10^{6}\,(-\hat{\imath})\,N/C$$

→

(tige verticale Q)

$$\vec{E}_Q = \int dE_{2y}\,\hat{j} = \int k\,|\lambda_Q|\,\frac{dy}{r_2^2}\,\hat{j} = \frac{kQ}{L}\int_{-(L+d)}^{-d} \frac{dy}{y^2}\,\hat{j}$$

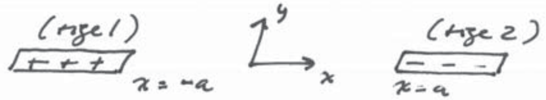
$$= \frac{kQ}{L}\left[\frac{-1}{y}\right]_{-(d+L)}^{-d}\hat{j} = kQ\left[\frac{1}{d(L+d)}\right]\hat{j}$$

$$= 3.00\times10^{6}\,\hat{j}\ N/C$$

Ainsi le champ résultant est

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 3.00\times10^{6}(-\hat{\imath}+\hat{j})\,N/C$$

P.19



(tige 1) $$\vec{E}_1 = \int dE_1\,\hat{\imath} = k\,|\lambda|\int\frac{dx}{r^2}\,\hat{\imath} = k\lambda\int_{-\infty}^{-a}\frac{dx}{x^2}\,\hat{\imath}$$

$$= k\lambda\left[\frac{-1}{x}\right]_{-\infty}^{-a}\hat{\imath} = \frac{k\lambda}{a}\,\hat{\imath}$$

(tige 2)
$\lambda<0$ donc $|\lambda| = -\lambda$

$$\vec{E}_2 = \int dE_2\,\hat{\imath} = \int k\,|\lambda|\,\frac{dx}{r^2}\,\hat{\imath} = -k\lambda\int_a^{\infty}\frac{dx}{x^2}\,\hat{\imath}$$

$$= -k\lambda\left[\frac{-1}{x}\right]_a^{\infty}\hat{\imath} = \frac{k\lambda}{a}\,\hat{\imath}$$

Ainsi, le champ électrique résultant

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{2k\lambda}{a}\,\hat{\imath}$$