25

Instructions: Assurez-vous d'avoir **5** pages. Si vous écrivez au crayon à papier, aucune section de l'examen ne pourra être recorrigée. Les calculatrices programmables ne sont pas permises. Veuillez inclure les unités appropriées. Si vous avez besoin de davantage d'espace, vous pouvez écrire au dos des feuilles, mais veuillez l'indiquer clairement par une flèche en bas de la page. Montrez tous les détails des calculs pour obtenir la totalité des points.

Feuille de formules: Cet examen est à **livre fermé**. Vous n'êtes pas autorisés à apporter avec vous vos propres feuilles de formules, notes, livres etc. Plusieurs pages de formules vont maintenant être distribuées pour accompagner l'examen.

#1. **(3 points)** Calculez la vitesse d'un neutron de longueur d'onde 3,0 nm.

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

$$v = \frac{h}{m\lambda}$$

$$= \frac{6,626 \times 10^{-34}\ \mathrm{Js}}{(1,675 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg})(3,0 \times 10^{-9}\ \mathrm{m})}$$

$$= 1,3 \times 10^{2}\ \mathrm{m/s}$$

#2. **(3 points)** Déterminez la longueur d'onde de la radiation électromagnétique la plus intense émise par un four à 2500,1°C.

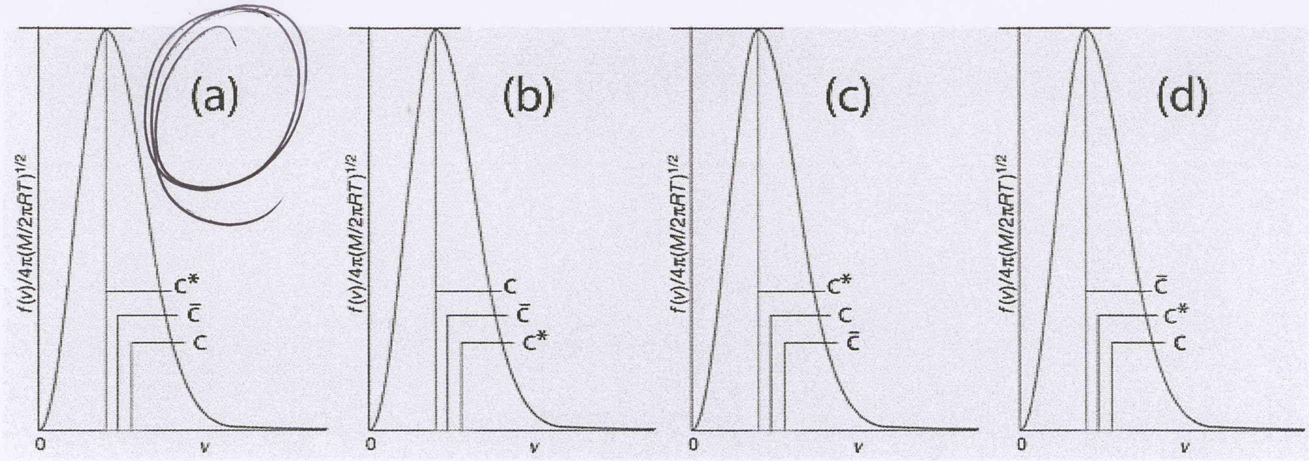
$$T\lambda_{max} = \frac{c_2}{5} = \frac{1,43878 \times 10^{-2}\ \mathrm{m\,K}}{5}$$

$$(2500,1 + 273,15\ \mathrm{K})\ \lambda_{max} = 2,87756 \times 10^{-3}\ \mathrm{m\,K}$$

$$\lambda_{max} = 1,0376 \times 10^{-6}\ \mathrm{m}$$

#3. **(5 points)** Choix multiple : encerclez **toutes** les réponses corrects pour chaque question. Il y aura peut-être seulement un choix correct ou plusieurs choix corrects.

(i) Quelle est la bonne ordre des différent mesures de vitesses des molécules?



(ii) Quel(s) énoncé(s) sont corrects?

(a) Le principe de correspondance indique que la mécanique classique découle de la mécanique quantique dans la limite des petits nombres quantiques.

(b) Une des conséquences de la catastrophe ultraviolette c'est que l'obscurité n'existerait pas.

(c) Si une fonction d'onde est une fonction propre d'un opérateur $\hat{\Omega}$ avec la valeur propre ω, alors la valeur moyenne de Ω est égale exactement à ω.

(d) L'interprétation de Born indique que les chats ne peuvent pas mourir.

(iii) Combien la fonction d'onde du premier état excité d'une particule dans une boîte 1D a-t-elle de nœuds?

(a) 0

(b) cela dépend de la longueur de la boîte

(c) 1

(d) 2

(e) h

(f) 3

(g) sin(2π)

#4. (8 points au total) Supposez que la fonction d'onde d'un système est:

$$\Psi(x) = \frac{1}{2}\psi_1(x) + \frac{1}{4}\psi_2(x) + \frac{3+\sqrt{2}\,i}{4}\psi_3(x)$$

et que $\psi_1(x)$, $\psi_2(x)$, and $\psi_3(x)$ sont des fonctions propres normalisées de l'opérateur associé à l'énergie cinétique, avec pour valeurs propres E_1, $3E_1$, et $7E_1$, respectivement.

(a) **(4 points)** Vérifiez que $\Psi(x)$ est normalisée (ou non). Montrez le détail du calcul pour obtenir tous les points.

Montrez que $\int \Psi^* \Psi \, dx = 1$

$$\Psi^*\Psi = \left(\frac{1}{2}\psi_1^* + \frac{1}{4}\psi_2^* + \frac{3-\sqrt{2}\,i}{4}\psi_3^*\right)\left(\frac{1}{2}\psi_1 + \frac{1}{4}\psi_2 + \frac{3+\sqrt{2}\,i}{4}\psi_3\right)$$

$$= \frac{1}{4}|\psi_1|^2 + \frac{1}{16}|\psi_2|^2 + \left(\frac{9+2}{16}\right)|\psi_3|^2 +$$ intégrales des fonctions orthogonales $\Downarrow$ zéro

$$\therefore \int \Psi^*\Psi \, dx = \frac{1}{4}\int \psi_1^*\psi_1 \, dx + \frac{1}{16}\int \psi_2^*\psi_2 \, dx + \frac{11}{16}\int \psi_3^*\psi_3 \, dx$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{11}{16}$$

$$= 1$$ $\therefore$ $\Psi(x)$ est normalisée.

(b) **(1 point)** Quelles sont les valeurs possibles que vous pourriez obtenir en mesurant l'énergie cinétique d'un grand nombre de systèmes identiques décrits par cette fonction d'onde totale? (Exprimez vos réponses en fonction de E_1.)

E_1

$3E_1$

$7E_1$

(c) **(2 points)** Quelle est la probabilité de mesurer chacune des valeurs que vous venez d'identifier en (b)?

$P \propto |c_n|^2$

25% E_1

$6,25\%$ $3E_1$

$68,75\%$ $7E_1$

(d) **(1 point)** Quelle est la valeur moyenne de l'énergie cinétique que vous obtiendriez à partir d'un grand nombre de mesures? Exprimez votre réponse en fonction de E_1.

$25\%(E_1) + 6,25\%(3E_1) + 68,75\%(7E_1)$

$= 5,25 E_1$

#5. (6 points au total) Supposez qu'un électron dans un cube tri-dimensionelle (avec des côtés de longueur 1,00 nm) possède une énergie de 8,43 x 10^{-19} J. L'énergie potentielle dans la boîte est nul.

(a) (**3 points**) Trouvez toutes combinaisons de nombres quantiques qui décrivent cette situation. (*Indice :* Examinez les équations générales de la fonction d'onde et de l'énergie d'une particule dans une boîte 3D).

$$E = (n_1^2 + n_2^2 + n_3^2)\left(\frac{h^2}{8mL^2}\right) = (n_1^2 + n_2^2 + n_3^2)(6{,}02454 \times 10^{-20} \text{ J})$$

$$\therefore \; n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 = 14$$

les valeurs permises:

n_1	1	1	2	2	3	3
n_2	2	3	1	3	1	2
n_3	3	2	3	1	2	1

(b) **(2 points)** Écrivez une des fonctions d'onde acceptable (correspondante à une des combinaisons de nombres quantiques que vous avez identifié ci-dessus) qui décrit l'électron.

$$\psi = \sqrt{\frac{8}{L^3}} \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{2\pi y}{L}\right) \sin\left(\frac{3\pi z}{L}\right)$$

(c) (**1 points**) Quelle est la dégénérescence du niveau d'énergie qu'occupe l'électron?

6

Bonus (1 point): En plus de sa théorie de la distribution des vitesses moléculaires, quelle autre théorie importante formula J.C. Maxwell?

la théorie d'électromagnétisme