Leçon 1

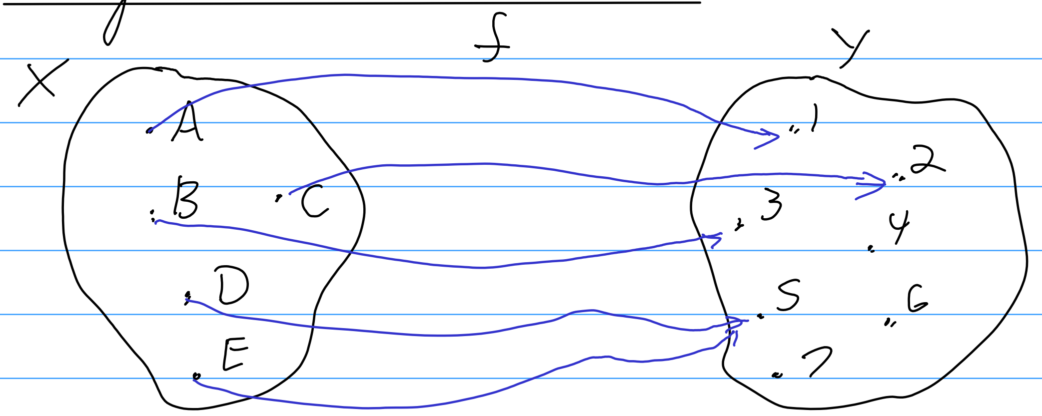
Fonction

Qu'est-ce qu'une fonction ?

Def Soit X et Y deux ensembles. Une fonction f de X dans Y, dénotée $f: X \to Y$, est une règle qui associe à chaque $x \in X$ un seul élément $y \in Y$.

Représentation d'une fonction

1) Diagrammes de Venn



$f(A) = 1$, $f(B) = 3$, $f(C) = 2$, ...

Domaine de f = l'ensemble des valeurs pour lesquelles f est définie

$= \{A, B, C, D, E\}$

Image de f = l'ensemble des valeurs de $f(x)$ pour tout x dans le domaine de f.

$= \{f(x) ; x \in X\} = \{1, 2, 3, 5\}$

2) Tableaux de valeurs

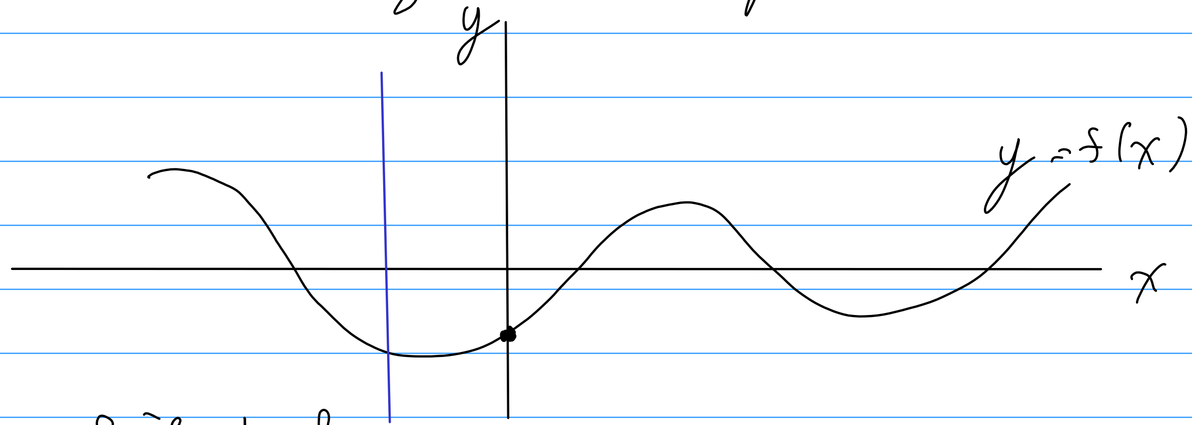
x	2	3	4	5	6	7
$f(x)$	$\{2\}$	$\{5\}$	$\{2\}$	$\{1, 4\}$	$\{3\}$	$\{5, 6, 7\}$

Domain de f = $\{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

Image de f = $\{\{2\}, \{5\}, \{1, 4\}, \{3\}, \{5, 6, 7\}\}$

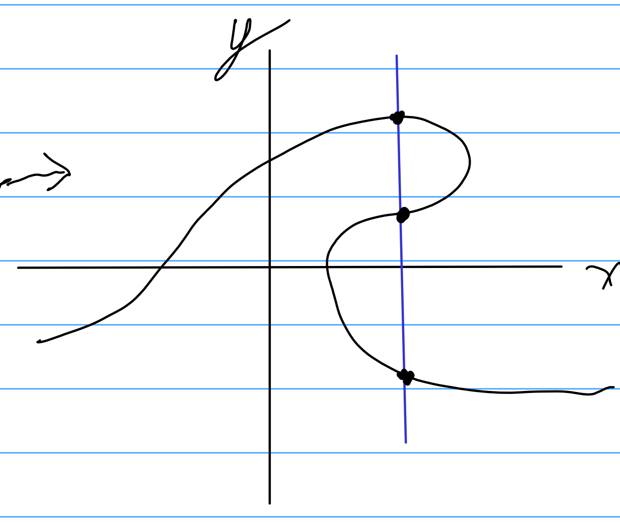
3) Graphiques

$\{(x, y) : x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$ et x n'est jamais répétée $\}$



Règle de la droite verticale

Ceci n'est pas le graphe d'une fonction



4) Expressions algébriques

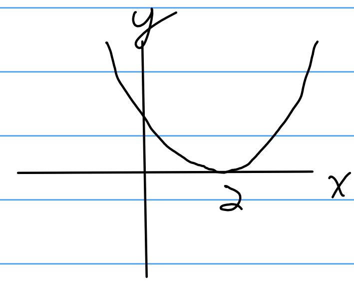
Ex)

$$f(x) = x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2$$

Domaine de $f = \mathbb{R}$

Image de $f = \{x : x \geq 0\}$

$= [0, \infty[$

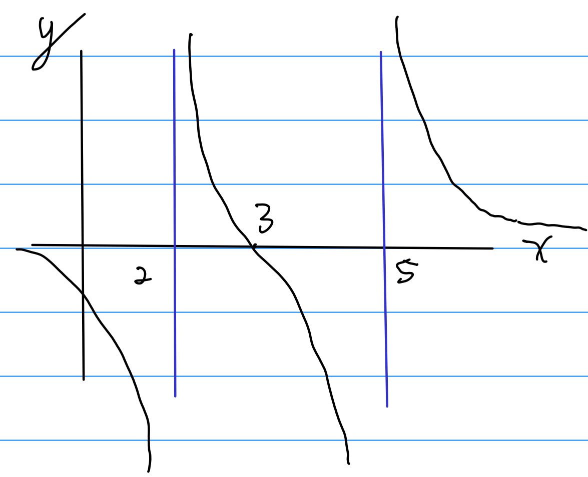


Ex)

$$f(x) = \frac{(x-3)}{(x-2)(x-5)}$$

Domaine de $f = \{x \in \mathbb{R} : x \neq 2, 5\}$

Image de $f = \mathbb{R}$

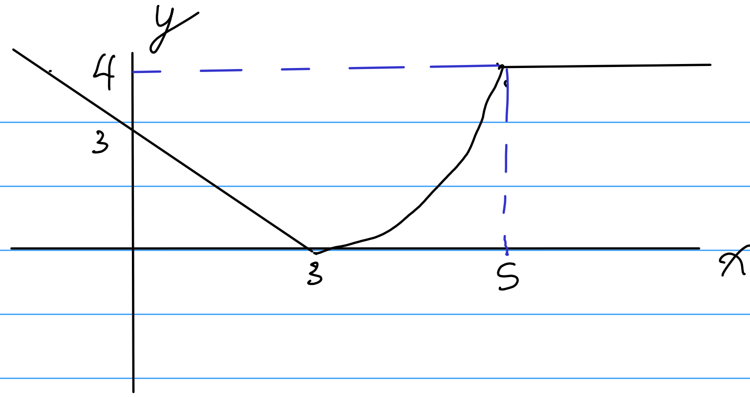


5) Règles

Ex) Fonctions définies par morceaux.

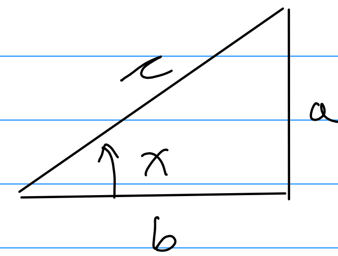
$$f(x) = |x| = \begin{cases} x & \text{si } x > 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 3 - x & x < 3 \\ (x-3)^2 & 3 \leq x \leq 5 \\ 4 & x > 5 \end{cases}$$



Ex)

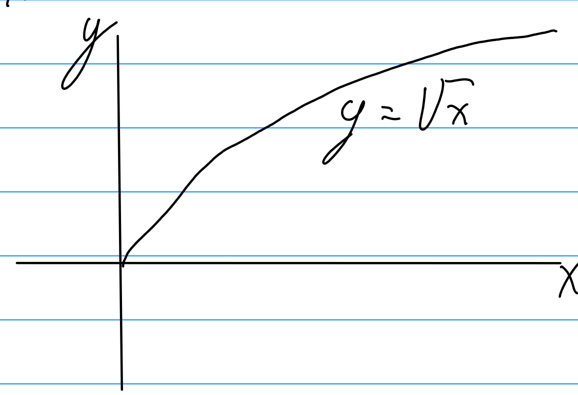
$$f(x) = \cos(x) = \frac{b}{c}$$



$$f(x) = \sin(x) = \frac{a}{c}$$

Ex)

$f(x) = \sqrt{x}$ = le nombre $y \geq 0$ tel que $y^2 = x$



Domaine de $f = [0, \infty[$

Image de $f = [0, \infty[$

Propriétés des fonctions

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ est <u>croissante</u> sur un intervalle $]a, b[$ si

$$f(x_1) \leq f(x_2)$$

pour

$$a < x_1 < x_2 < b$$

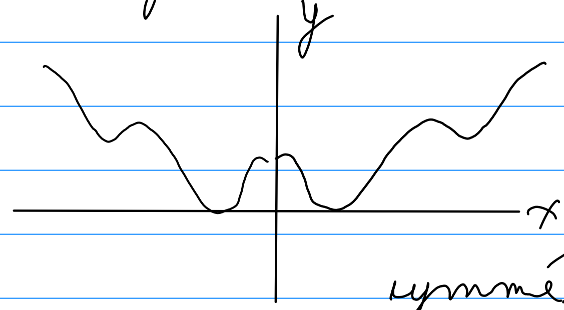
$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ est <u>décroissante</u> sur un intervalle $]a, b[$ si

$$f(x_1) \geq f(x_2)$$

pour

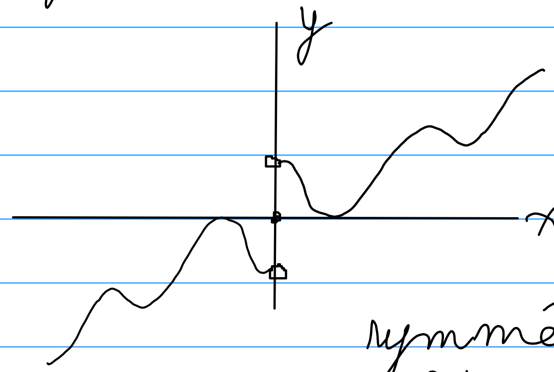
$$a < x_1 < x_2 < b$$

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ est <u>paire</u> si $f(x) = f(-x)$



symétrie p/r à l'axe des y.

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ est <u>impaire</u> si $f(-x) = -f(x)$



symétrie p/r à l'origine.