MAT 2777 (Hiver 2009)

Solutionnaire (total = 42 points)

Devoir #1: Du le 22 janvier2009

2-20: [5 points]

2-42: [2 points]

(a) $\frac{12!}{(12-7)!} = 95040$

(b) $\frac{12!}{5!7!} = \binom{12}{5} = 792$

2-62: [8 points]

(a) $\mathrm{P(A)} = \frac{\mathrm{N(A)}}{\mathrm{N(S)}} = \frac{86}{100}$ (b) $\mathrm{P(B)} = \frac{\mathrm{N(B)}}{\mathrm{N(S)}} = \frac{79}{100}$

(c) $\mathrm{P(A')} = \frac{\mathrm{N(A')}}{\mathrm{N(S)}} = \frac{14}{100}$ (d) $\mathrm{P(A \cap B)} = \frac{\mathrm{N(A \cap B)}}{\mathrm{N(S)}} = \frac{70}{100}$

(e) $\mathrm{P(A \cup B)} = \frac{\mathrm{N(A \cup B)}}{\mathrm{N(S)}} = \frac{95}{100}$ (f) $\mathrm{P(A' \cup B)} = \frac{\mathrm{N(A' \cup B)}}{\mathrm{N(S)}} = \frac{84}{100}$

2-66: [6 points]

(a) $P(A') = 1 - P(A) = 1 - 0.3 = 0.7$

(b) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.3 + 0.2 - 0.1 = 0.4$

(c) $P(A' \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 0.2 - 0.1 = 0.1$

(d) $P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B) = 0.3 - 0.1 = 0.2$

(e) $P[(A \cup B)'] = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.4 = 0.6$

(f) $P(A' \cup B) = P(A') + P(B) - P(A' \cap B) = 0.7 + 0.2 - 0.1 = 0.8$

2-70: [3 points]

Soit A="conductibilité est haute

B="force est haute"

(a) $P(A) = 0.740.98 = 0.82$

$P(B) = 0.74 + 0.15 = 0.89$

$P(A \cap B)0.74$

(b)$P(A' \cup B') = P(A') + P(B') - P(A' \cap B')$

$= 0.18 + 0.11 - 0.03 = 0.26$

(c) Non, ils ne sont pas mutuelement exclusifs

2-78: [7 points]

(a) $P(A) = N(A)/N(S) = 82/100 = 0.82$

(b) $P(B) = N(B)/N(S) = 90/100 = 0.9$

(c) $P(A|B) = P(A \cap B)/P(B) = 0.8/0.9 = 80/90 = 0.8889$

(d) $P(B|A) = P(A \cap B)/P(A) = 0.8/0.82 = 80/82 = 0.9756$

(e) Si la finition de surface est excellente, alors la probabilité que la longueur est excellente est

$P(B|A) = 0.9756$
(f) Si la longueur est bonne, alors la probabilité que la finition de surface est excellente est
$P(A|B') = P(A \cap B')/P(B') = 0.02/(1 - 0.9) = 2/10 = 0.2$

2-92: [2 points] Soient D =“nid dans le tissu, c.-à-d. un défaut” et C =“tissu de cotton”. Alors C' =“tissu de nylon.” De l’énoncé on obtient les probabilités suivantes:

$$P(C) = 0.7,\ P(C') = 0.3,\ P(D|C) = 0.02,\ P(D|C') = 0.03.$$

La probabilité qu’il y ait un nid dans le tissu est

$$P(D) = P(D|C)P(C) + P(D|C')P(C') = 0.023$$

par la formule des probabilités totales.

2-114: [3 points]
Soit A=“série du haut fonctionne” et B=”série du bas fonctionne”. Par l’indépendance,

$$P(A) = (0.9)(0.8)(0.7) = 0.504 \ \ et \ \ P(B) = (0.95)^3 = 0.857375.$$

Le circuit fonctionne si au moins une des deux séries fonctionne, alors la probabilité que le circuit fonctionne est

$$P(A \cup B) = 1 - P[(A \cup B)'] = 1 - P(A' \cap B') = 1 - P(A')P(B') = 0.929258.$$

2-122: [6 points] Soient D =“l’article est défectueux” et A =“inspecteur classifie un article comme défectueux”. De l’énoncé, on a

$$P(D) = 0.009,\ \ P(A|D) = 0.99,\quad P(A|D') = 0.005.$$

(a) La probabilité qu’un article soit classifié comme défectueux par l’inspecteur est

$$P(A) = P(A|D)P(D) + P(A|D')P(D') = (0.99)(0.009) + (0.005)(0.991) = 0.013865$$

par la formule des probabilités totales.
(b) Si un article est classifié comme non-défectueux, la probabilité que l’article est non-défectueux est

$$\begin{aligned} P(D'|A') &= \frac{P(D' \cap A')}{P(A')} = \frac{P(A'|D')P(D')}{1 - P(A)} \\ &= \frac{[1 - P(A|D')][1 - P(D)]}{1 - P(A)} = \frac{[1 - 0.005][1 - 0.009]}{1 - 0.013865} = 0.99991 \end{aligned}$$