Rachelle MIRON
Department of Mathematics and Statistics
University of Ottawa
Mercredi 8 octobre, 2014
email:`rmiro082@uottawa.ca`

MAT1700C (Automne 2014)
Examen de mi-session #1.

Version A

Écrivez CLAIREMENT votre
Nom de famille, prénom: Solutions
et
Numéro d'étudiant: ____________________

Instructions:

- La durée de l'examen est de 80 minutes.
- L'utilisation de manuel, notes de cours, calculatrice ou tout autre appareil électronique de calcul est interdite.
- Il y a 5 problèmes à choix multiple, chaqun valant 4 points. Écrivez les reponses (lettre de 'A' à 'E') dans le tableau ci-dessous
- Il y a 2 problèmes à solution longue, chaqun à 10 points. Écrivez clairement les solutions dans l'espace qui suit la question. Vous pouvez utiliser le verso des pages si nécessaire (veuillez clairement l'indiquer dans ce cas).
- Vous trouverez une feuille de brouillon à la fin du questionnaire.
- Ne détachez pas le questionnaire.

Réponses

	1	2	3	4	5	6	7	Total (sur 40)
Problème	à choix multiple					à solution longue		
Votre résultat	E	A	E	D	A			

Problèmes à choix multiple

Problème 1 (4 points) *Trouvez la solution x de l'équation* $\ln(x-2)+3=4$.

A) $2-e$ **B)** $2e$ **C)** e^2-3 **D)** $3e$ **E)** $2+e$

$\ln(x-2)=4-3$

$\ln(x-2)=1$

$e^{\ln(x-2)}=e^1$

$x-2=e$

$x=2+e$

Problème 2 (4 points) *Un petit commerçant de pizza vend 1000 pizzas (par mois) à un prix de \$10 la pièce. Par expérience, le commerçant sait que pour toute montée/baisse du prix de \$1 par pièce, il vend 50 pizza de moins/plus.*

Trouvez la fonction demande $p(x)$ (qui donne le prix par pièce quand le niveau des ventes est à x pieces) sâchant qu'elle est linéaire.

A) $p(x)=-\frac{x}{50}+30$ B) $p(x)=\frac{x}{50}+10$ **C)** $p(x)=-50x+10$

D) $p(x)=\frac{x}{10}+50$ **E)** $p(x)=-\frac{x}{30}+50$

Prix	x
10\$	1000
11\$	950

$p=mx+b$

Trouve m:

$m=\frac{\Delta p}{\Delta x}=\frac{11-10}{950-1000}=\frac{-1}{50}$

$p=\frac{-1}{50}x+b$

Trouve b:

$10=\frac{-1}{50}(1000)+b$

$10=-20+b$

$30=b$

$p=\frac{-1}{50}x+30$

Problème 3 (4 points) *Trouvez l'équation de la droite tangente au graphe de la fonction* $f(x) = \dfrac{x+1}{x-2}$ *au point* $(3, 4)$.

A) $y = -x+13$ **B)** $y = -3x+1$ **C)** $y = -2x+5$ **D)** $y = x+3$ **E)** $y = -3x+13$

$$f'(x) = \frac{\cancel{x}-2-(\cancel{x}+1)}{(x-2)^2}$$

$$f'(3) = \frac{-3}{(3-2)^2} = -3$$

$y = mx+b$

$y = -3x+b$

$4 = -3(3)+b$

$4+9=b$

$b=13$

$y = -3x+13$

Problème 4 (4 points) *Trouvez la somme de la série*

$$\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \left(-\frac{1}{2}\right)^4 + \cdots + \left(-\frac{1}{2}\right)^k + \cdots$$

A) 3/2 **B)** −1 **C)** 2 **D)** 2/3 **E)** diverge

$$\sum_{i=0}^{\infty} ar^i = \frac{a}{1-r}$$

$a = 1$

$r = -\frac{1}{2}$

alors $\displaystyle\sum_{i=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^i = \frac{1}{1-(-\frac{1}{2})} = \frac{1}{1+\frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{3}{2}}$

$= \frac{2}{3}$

Problème 5 (4 points) *Une personne dépose une somme A dans son compte à la banque, avec un taux d'inérêt de 5%, composé continuellement. Dans combien d'années la somme A se quadruple?*

A) $\frac{\ln 4}{0.05}$ **B)** $\frac{\ln 5}{0.04}$ **C)** $\frac{1}{4 \ln 0.05}$ **D)** $0.05 \ln 4$ **E)** $\frac{1}{0.05 + \ln 4}$

$$C = Ae^{i\% t}$$

$$4A = Ae^{0.05t}$$

$$4 = e^{0.05t}$$

$$\ln 4 = \ln e^{0.05t}$$

$$\ln 4 = 0{,}05t$$

$$t = \frac{\ln 4}{0{,}05}$$

Problèmes à solution longue

Problème 6 (10 points)[1]

(a) Evaluez la limite suivante

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^2-7x+10}{x^2-3x+2}$$

.

(b) Pour quelle valeur de k la fonction suivante est continue?

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{6x}{x^2-1} & si\ x > 2, \\ 3-kx & si\ x \le 2. \end{cases}$$

(a) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2-7x+10 \overset{P:10}{\underset{S:-7}{}}}{x^2-3x+2 \overset{P:2}{\underset{S:-3}{}}} = \lim\limits_{x\to 2} \dfrac{(x-5)\cancel{(x-2)}}{\cancel{(x-2)}(x-1)} = \lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x-5}{x-1} = \dfrac{2-5}{2-1} = \dfrac{-3}{1}$

$= -3$

(b) $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$

$\lim\limits_{x\to 2^-} 3-kx = \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{6x}{x^2-1}$

$3-2k = \dfrac{12}{3}$

$3-2k = 4$

$-2k = 1$

$k = -\dfrac{1}{2}$

[1] expliquez avec les détails vos reponses

Problème 7 (10 points)[2] *Soit* $f(x) = 1 + \dfrac{1}{x-2}$, $x \neq 2$. *Calculez* $f'(x)$ *pour* $x \neq 2$, *en utilisant la définition de la dérivée.*

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{\left(\cancel{1} + \frac{1}{x+h-2}\right) - \left(\cancel{1} + \frac{1}{x-2}\right)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{\frac{1}{x+h-2} - \frac{1}{x-2}}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{1}{h}\left[\frac{\cancel{x}-\cancel{2} - (\cancel{x}+h-\cancel{2})}{(x-h-2)(x-2)}\right]$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{1}{\cancel{h}}\left[\frac{-\cancel{h}}{(x-h-2)(x-2)}\right] = \lim_{h \to 0} \frac{-1}{(x-h-2)(x-2)}$$

$$= \frac{-1}{(x-2)(x-2)} = \frac{-1}{(x-2)^2}$$

[2]expliquez avec les détails vos reponses