

Rachelle MIRON
Department of Mathematics and Statistics
University of Ottawa
Mercredi 8 octobre, 2014
email:rmiro082@uottawa.ca

MAT1700C (Automne 2014)
Examen de mi-session #1,

Versión B

Écrivez CLAIEMENT votre
Nom de famille, prénom:
et
Numéro d'étudiant:

Solutions

Instructions:

- La durée de l'examen est de 80 minutes.
- L'utilisation de manuel, notes de cours, calculatrice ou tout autre appareil électronique de calcul est interdite.
- Il y a 5 problèmes à choix multiple, chacun valant 4 points. Écrivez les réponses (lettre de 'A' à 'E') dans le tableau ci-dessous
- Il y a 2 problèmes à solution longue, chacun à 10 points. Écrivez clairement les solutions dans l'espace qui suit la question. Vous pouvez utiliser le verso des pages si nécessaire (veuillez clairement l'indiquer dans ce cas).
- Vous trouverez une feuille de brouillon à la fin du questionnaire.
- Ne détachez pas le questionnaire.

Réponses

	1	2	3	4	5	6	7	Total (sur 40)
Problème	à choix multiple					à solution longue		
Votre résultat	C	D	B	C	E			

Problèmes à choix multiple

Problème 1 (4 points) Trouvez la solution x de l'équation $\ln(x-3) - 1 = 2$.

- A) $3 - e$ B) $2e$ **C) $e^3 + 3$** D) $3e$ E) $3 + e$

$$\ln(x-3) = 3$$

$$e^{\ln(x-3)} = e^3$$

$$x-3 = e^3$$

$$x = e^3 + 3$$

Problème 2 (4 points) Un petit commerçant de pizza vend 500 pizzas (par mois) à un prix de \$10 la pièce. Par expérience, le commerçant sait que pour toute montée/baisse du prix de \$1 par pièce, il vend 10 pizza de moins/plus.

Trouvez la fonction demande $p(x)$ (qui donne le prix par pièce quand le niveau des ventes est à x pièces) sachant qu'elle est linéaire.

A) $p(x) = -\frac{x}{50} + 30$ B) $p(x) = \frac{x}{60} + 10$ C) $p(x) = -10x + 5010$

D) $p(x) = -\frac{x}{10} + 60$ ***** E) $p(x) = -\frac{x}{10} - 40$

Prix	x
10 ^{\$}	500
11 ^{\$}	490

$$p = mx + b$$

Trouve m:

$$m = \frac{\Delta p}{\Delta x} = \frac{11 - 10}{490 - 500} = -\frac{1}{10}$$

$$p = -\frac{1}{10}x + b$$

Trouve b:

$$10 = -\frac{1}{10}(500) + b$$

$$10 = -50 + b$$

$$b = 60$$

$$y = -\frac{x}{10} + 60$$

Problème 3 (4 points) Trouvez l'équation de la droite tangente au graphe de la fonction

$$f(x) = \frac{x+1}{x-2} \text{ au point } (1, -2).$$

- A) $y = -x+13$ **B) $y = -3x+1$** C) $y = -2x+5$ D) $y = x+3$ E) $y = -3x+13$

$$f'(x) = \frac{x-2 - (x+1)}{(x-2)^2}$$

$$= \frac{-3}{(x-2)^2}$$

$$f'(1) = \frac{-3}{(-1)^2} = -3$$

$$y = mx + b$$

$$y = -3x + b$$

$$-2 = -3(1) + b$$

$$+3 - 2 = b$$

$$b = 1$$

$$y = -3x + 1$$

Problème 4 (4 points) Trouvez la somme de la série

$$\frac{7}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^3 + \left(\frac{3}{4}\right)^4 + \dots + \left(\frac{3}{4}\right)^k + \dots$$

- A) $3/2$ B) -4 **C) 4** D) $1/4$ E) impossible

$$\sum_{i=0}^{\infty} ar^i = \frac{a}{1-r}$$

$$a = 1$$

$$r = \frac{3}{4}$$

$$\text{alors } \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^i = \frac{1}{1 - \frac{3}{4}} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$$

Problème 5 (4 points) Une personne dépose une somme A dans son compte à la banque, avec un taux d'intérêt de 2%, composé continuellement. Dans combien d'années la somme A se triple?

- A) $\frac{1}{0.02 + \ln 3}$ B) $\frac{\ln 2}{0.03}$ C) $\frac{1}{4 \ln 0.02}$ D) $0.05 \ln 3$ **E) $\frac{\ln 3}{0.02}$**

$$C = A e^{i\%t}$$

$$3A = A e^{0.02t}$$

$$3 = e^{0.02t}$$

$$\ln 3 = \ln e^{0.02t}$$

$$\ln 3 = 0.02t$$

$$t = \frac{\ln 3}{0.02}$$

Problèmes à solution longue

Problème 6 (10 points)¹

(a) Évaluez la limite suivante

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 5x + 6}$$

(b) Pour quelle valeur de k la fonction suivante est continue?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x}{x^2 - 1} & \text{si } x \leq -2, \\ 2 - kx & \text{si } x > -2. \end{cases}$$

$$(a) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 5x + 6} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(x+1)}{(x+3)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{x+3} = \frac{-2+1}{-2+3} = \frac{-1}{1} = -1$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{3x}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow -2^+} 2 - kx$$

$$k = -2$$

$$\frac{3(-2)}{4-1} = 2 - k(-2)$$

$$\frac{-6}{3} = 2 + 2k$$

$$-2 = 2 + 2k$$

$$-4 = 2k$$

¹expliquez avec les détails vos réponses

Problème 7 (10 points)² Soit $f(x) = 2 + \frac{1}{x+1}$, $x \neq -1$. Calculez $f'(x)$ pour $x \neq -1$, en utilisant la définition de la dérivée.

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\left(2 + \frac{1}{x+h+1}\right) - \left(2 + \frac{1}{x+1}\right)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x+h+1} - \frac{1}{x+1}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \left[\frac{\cancel{x+1} - \cancel{(x+h+1)}}{(x+h+1)(x+1)} \right]$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \left[\frac{-\cancel{h}}{(x+h+1)(x+1)} \right] = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-1}{(x+h+1)(x+1)}$$

$$= \frac{-1}{(x+1)(x+1)} = \frac{-1}{(x+1)^2}$$

²expliquez avec les détails vos reponses