Assignment 3

20.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & -3 & -4 \end{bmatrix}$$

$$A + F^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & 0 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & -3 & -4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 6 & -3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\therefore = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 6 & -3 & -1 \end{bmatrix}$$

Assignment 3

26. $C = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

$D = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$

$8C - 3D = 8\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} - 3\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 40 & 24 \\ 8 & 16 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 12 & 6 \\ 9 & 15 \end{bmatrix}$

$\therefore = \begin{bmatrix} 28 & 18 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

32. $\begin{bmatrix} x & y & (x+3) \\ z & 4 & 4y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (2x-1) & -1 & w \\ x & (5+y) & -4 \end{bmatrix}$

$x = 2x - 1$
$x - 2x = -1$
$x = 1$

$y = -1$

$4 = 5 + y$
$4 - 5 = y$
$y = -1$

$4y = -4$
$y = -1$

$x + 3 = w$
$1 + 3 = w$
$w = 4$

$z = x$
$z = 1$

$\therefore x = 1$
$y = -1$
$w = 4$
$z = 1$

Assignment 3

34. $3\begin{bmatrix} x & 4 \\ 4y & w \end{bmatrix} - 2\begin{bmatrix} 4x & 2z \\ -3 & -2w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 & 20 \\ 6 & 14 \end{bmatrix}$

$$3\begin{bmatrix} x & 4 \\ 4y & w \end{bmatrix} - 2\begin{bmatrix} 4x & 2z \\ -3 & -2w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3\cdot x & 3\cdot 4 \\ 3\cdot(4y) & 3\cdot w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (-2)\cdot 4x & (-2)\cdot 2z \\ (-2)\cdot(-3) & (-2)\cdot(-2w) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3x & 12 \\ 12y & 3w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -8x & -4z \\ 6 & 4w \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -5x & 12-4z \\ 12y+6 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -5x & 12-4z \\ 12y+6 & 7w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 & 20 \\ 6 & 14 \end{bmatrix}$$

$-5x = 20$
$x = -4$

$12 - 4z = 20$
$-4z = 8$
$z = -2$

$12y + 6 = 6$
$12y = 0$
$y = 0$

$7w = 14$
$w = 2$

$x = -4$
$y = 0$
$w = 2$
$z = -2$

Assignment 3

4. $DC = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 4\times5+2\times1 & 4\times3+2\times2 \\ 3\times5+5\times1 & 3\times3+5\times2 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 20+2 & 12+4 \\ 15+5 & 9+10 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 22 & 16 \\ 20 & 19 \end{bmatrix}$

10. $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 3 \\ 2 & -1 & 3 & -4 \end{bmatrix}$

$B^T = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

$FB_T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 3 \\ 2 & -1 & 3 & -4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1+0-3+0 & 4+0-1+3 & 3+0+0+3 \\ 2-1+9+0 & 8-2+3-4 & 6-2+0-4 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} -2 & 6 & 6 \\ 10 & 5 & 0 \end{bmatrix}$

Assignment 3

16. $A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1\times1+0\times3+2\times4 & 1\times0+0\times2+2\times0 & 1\times2+0\times1+2\times3 \\ 3\times1+2\times3+1\times4 & 3\times0+2\times2+1\times0 & 3\times2+2\times1+1\times3 \\ 4\times1+0\times3+3\times4 & 4\times0+0\times2+3\times0 & 4\times2+0\times1+3\times3 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1+0+8 & 0+0+0 & 2+0+6 \\ 3+6+4 & 0+4+0 & 6+2+3 \\ 4+0+12 & 0+0+0 & 8+0+9 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 9 & 0 & 8 \\ 13 & 4 & 11 \\ 16 & 0 & 17 \end{bmatrix}$

$A^3 = A \times A^2$

$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9 & 0 & 8 \\ 13 & 4 & 11 \\ 16 & 0 & 17 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1\times9+0\times13+2\times16 & 1\times9+0\times4+2\times0 & 1\times8+0\times11+2\times17 \\ 3\times9+2\times13+1\times16 & 3\times9+2\times4+1\times0 & 3\times8+2\times11+1\times17 \\ 4\times9+0\times13+3\times16 & 4\times9+0\times4+3\times0 & 4\times8+0\times11+3\times17 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 9+0+32 & 9+0+0 & 8+0+34 \\ 27+26+16 & 27+8+0 & 24+22+17 \\ 36+0+48 & 36+0+0 & 32+0+51 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 41 & 9 & 42 \\ 69 & 35 & 63 \\ 84 & 36 & 83 \end{bmatrix}$

$A^3 = \begin{bmatrix} 41 & 9 & 42 \\ 69 & 35 & 63 \\ 84 & 36 & 83 \end{bmatrix}$

Assignment 3

28.

$$AZ = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2\times0+5\times0+4\times0 & 2\times0+5\times0+4\times0 & 2\times0+5\times0+4 \\ 1\times0+4\times0+3\times0 & 1\times0+4\times0+3\times0 & 1\times0+4\times0+ \\ 1\times0+(-3)\times0+(-2)\times0 & 1\times0+(-3)\times0+(-2)\times0 & 1\times0+(-3)\times0+ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0+0+0 & 0+0+0 & 0+0+0 \\ 0+0+0 & 0+0+0 & 0+0+0 \\ 0+0+0 & 0+0+0 & 0+0+0 \end{bmatrix}$$

$$\therefore = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

38.

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3\times2+1\times(-2)+0\times1 \\ 2\times2+(-2)\times(-2)\times(-2)+1\times1 \\ 1\times2+1\times(-2)+2\times1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6-2+0 \\ 4+4+1 \\ 2-2+2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 \\ 9 \\ 2 \end{bmatrix}$$

∴ the given values are the solution.