Arian NOVRUZI
Department of Mathematics and Statistics
University of Ottawa
email:novruzi@uottawa.ca

MAT1700 (Automne 2014)
Examen de mi-session #1

+ sol. (a).

Écrivez CLAIREMENT votre
Nom de famille, prénom:
et
Numéro d'étudiant:

Instructions:

- La durée de l'examen est de 80 minutes.
- L'utilisation de manuel, notes de cours, calculatrice ou tout autre appareil électronique de calcul est interdite.
- Il y a 5 problèmes à choix multiple, chaqun valant 4 points. Écrivez les reponses (lettre de 'A' à 'E') dans le tableau ci-dessous
- Il y a 2 problèmes à solution longue, chaqun à 10 points. Écrivez clairement les solutions dans l'espace qui suit la question. Vous pouvez utiliser le verso des pages si nécessaire (veuillez clairement l'indiquer dans ce cas).
- Vous trouverez une feuille de brouillon à la fin du questionnaire.
- Ne détachez pas le questionnaire.

Réponses

	1	2	3	4	5	6	7	Total (sur 40)
Problème	à choix multiple					à solution longue		
Votre résultat	E	A	E	D	A			

Problèmes à choix multiple

Problème 1 (4 points) *Trouvez la solution x de l'équation* $\ln(x-2)+3=4$.

A) $2-e$ B) $2e$ C) e^2-3 D) $3e$ $\boxed{\text{E) } 2+e}$

$\ln(x-2) = 4-3 = 1$

$\cancel{e}^{\cancel{\ln}(x-2)} = e^1$

$x-2 = e$

$x = 2+e$

Problème 2 (4 points) *Un petit commerçant de pizza vend 1000 pizzas (par mois) à un prix de \$10 la pièce. Par expérience, le commerçant sait que pour toute montée/baisse du prix de \$1 par pièce, il vend 50 pizza de moins/plus.*

Trouvaez la fonction demande $p(x)$ (qui donne le prix par pièce quand le niveau des ventes est à x pieces) sâchant qu'elle est linéaire.

$\boxed{\text{A) } p(x) = -\frac{x}{50}+30}$ B) $p(x) = \frac{x}{50}+10$ C) $p(x) = -50x+10$

D) $p(x) = \frac{x}{10}+50$ E) $p(x) = -\frac{x}{30}+50$

$p = kx+b$.

$p(1000) = 10$, $k = \frac{\Delta p}{\Delta x} = \frac{+1}{-50} = \frac{-1}{+50} = -\frac{1}{50}$

Donc

$p = -\frac{1}{50}x + b$, $10 = -\frac{1}{50} \cdot 1000 + b$

$10 = -20 + b$, $b = 30$

$p = -\frac{1}{50}x + 30$

Problème 3 (4 points) *Trouvez l'équation de la droite tangente au graphe de la fonction* $f(x) = \dfrac{x+1}{x-2}$ *au point* $(3, 4)$.

A) $y = -x+13$ **B)** $y = -3x+1$ **C)** $y = -2x+5$ **D)** $y = x+3$ $\boxed{\textbf{E)}\ y = -3x+13}$

$y = kx + b, \quad k = f'(3),$

$$f'(x) = \frac{1\cdot(x-2) - (x+1)\cdot 1}{(x-2)^2} = \frac{x-2-x-1}{(x-2)^2} = \frac{-3}{(x-2)^2}$$

$$f'(3) = -3$$

$y = -3x + b; \quad b = ? \quad 4 = -3\cdot 3 + b \Rightarrow b = 13$

$y = -3x + 13$

Problème 4 (4 points) *Trouvez la limite*

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^2-7x+10}{x^2-3x+2}.$$

A) -1 **B)** 2 **C)** 4 $\boxed{\textbf{D)}\ -3}$ **E)** $2/3$

$x^2 - 7x + 10 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{7 \pm \sqrt{49-40}}{2} = \dfrac{7\pm 3}{2} = 2, 5$

$x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \dfrac{3\pm 1}{2} = 1, 2$

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^2-7x+10}{x^2-3x+2} = \lim_{x\to 2} \frac{\cancel{(x-2)}(x-5)}{(x-1)\cancel{(x-2)}} = \frac{2-5}{2-1} = -3$$

Problème 5 (4 points) *Une personne dépose une somme A dans son compte à la banque, avec un inérêt annuel* 0.05 *par an, composé continûment. Dans combien d'années la somme A se quadruple?*

$\boxed{\text{A)}\ \frac{\ln 4}{0.05}}$ B) $\frac{\ln 5}{0.04}$ C) $\frac{1}{4 \ln 0.05}$ D) $0.05 \ln 4$ E) $\frac{1}{0.05+\ln 4}$

$C(t) = A e^{rt}$; $r = 0.05$

$C(t) = A e^{0.05 \cdot t}$

$t = ?$ t.q. $C(4) = 4A$

$\cancel{A} e^{0.05 \cdot t} = 4 \cancel{A}$

$e^{0.5 t} = 4$

$0.5 \cdot t = \ln 4$, $t = \frac{\ln 4}{0.5}$

Problèmes à solution longue

Problème 6 (10 points)[1] *Le salaire mensuel d'une personne est de \$2400 par mois, déposé dans son compte au début de chaque mois. La personne dépense chaque mois %60 du solde de son compte au début du mois précédent. Quelle est le solde de son compte:*
i) après k mois?
ii) après une infinité de mois?

Sol

Soit k le nombre du mois, $k = 0, 1, 2, \dots$

S_k le solde du compte à la fin du mois k.

Alors

$$S_0 = 2400 \quad \text{et}$$

$$S_k = 2400 + 0.4 \cdot S_{k-1}, \quad \text{pour } k = 1, 2, \dots$$

Donc:

$$S_1 = 2400 + 0.4 \cdot 2400$$

$$S_2 = 2400 + 0.4 \cdot (2400 + 0.4 \cdot 2400)$$

$$= 2400 + 0.4 \cdot 2400 + (0.4)^2 \cdot 2400$$

$$\vdots$$

$$S_k = 2400 + 0.4 \cdot 2400 + \dots + (0.4)^k \cdot 2400.$$

i) $$S_k = 2400 \cdot \frac{1-(0.4)^{k+1}}{1-0.4} = 2400 \cdot \frac{1-(0.4)^{k+1}}{0.6} =$$

$$= 4000 \cdot (1-(0.4)^{k+1})$$

ii) $$S_\infty = 2400 \cdot \frac{1}{1-0.4} = 4000.$$

[1] expliquez avec les détails vos reponses

Problème 7 (10 points)[2] *Soit* $f(x) = 1 + \dfrac{1}{x-2}$, $x \neq 2$. *Calculez* $f'(x)$ *pour* $x \neq 2$, *en utilisant la définition de la dérivée.*

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{\left(\cancel{1} + \frac{1}{x+h-2}\right) - \left(\cancel{1} + \frac{1}{x-2}\right)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{1}{h} \left(\frac{1}{x+h-2} - \frac{1}{x-2} \right)$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{1}{h} \cdot \frac{(\cancel{x}-\cancel{2}) - (\cancel{x}+h-\cancel{2})}{(x+h-2)(x-2)}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{1}{\cancel{h}} \frac{-\cancel{h}}{(x+h-2)(x-2)}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{-1}{(x+h-2)(x-2)}$$

$$= -\frac{1}{(x-2)^2}.$$

[2]expliquez avec les détails vos reponses