MAT1730 A Devoir1 à remettre le 25 Septembre 2014

Nom :…………………. Solutionnaire

Numéro d'étudiant(e) :………………………………..

Exercice 1 : La taille de la population d'un certain type d'oiseaux d'une île dépend du taux d'accroissement naturel de cette population et de la migration entre cette île et le continent. Un système dynamique discret a été proposé pour modéliser la taille de cette population sous la forme suivante :

$x_{n+1} = 0{,}85x_n + 75$ *pour* $n = 0,1,2,\ldots$. Où $x_n =$ la taille de cette population après n années.

(a) si $x_0 = 200$, alors : $x_1 =$ 245 , $x_2 =$ 283,25 , $x_3 =$ 315,7625

(b) Déterminer la fonction génératrice de ce système, $f(x) =$ $0{,}85x + 75$

(c) Déterminer le point d'équilibre de ce système, $x^* =$ 500

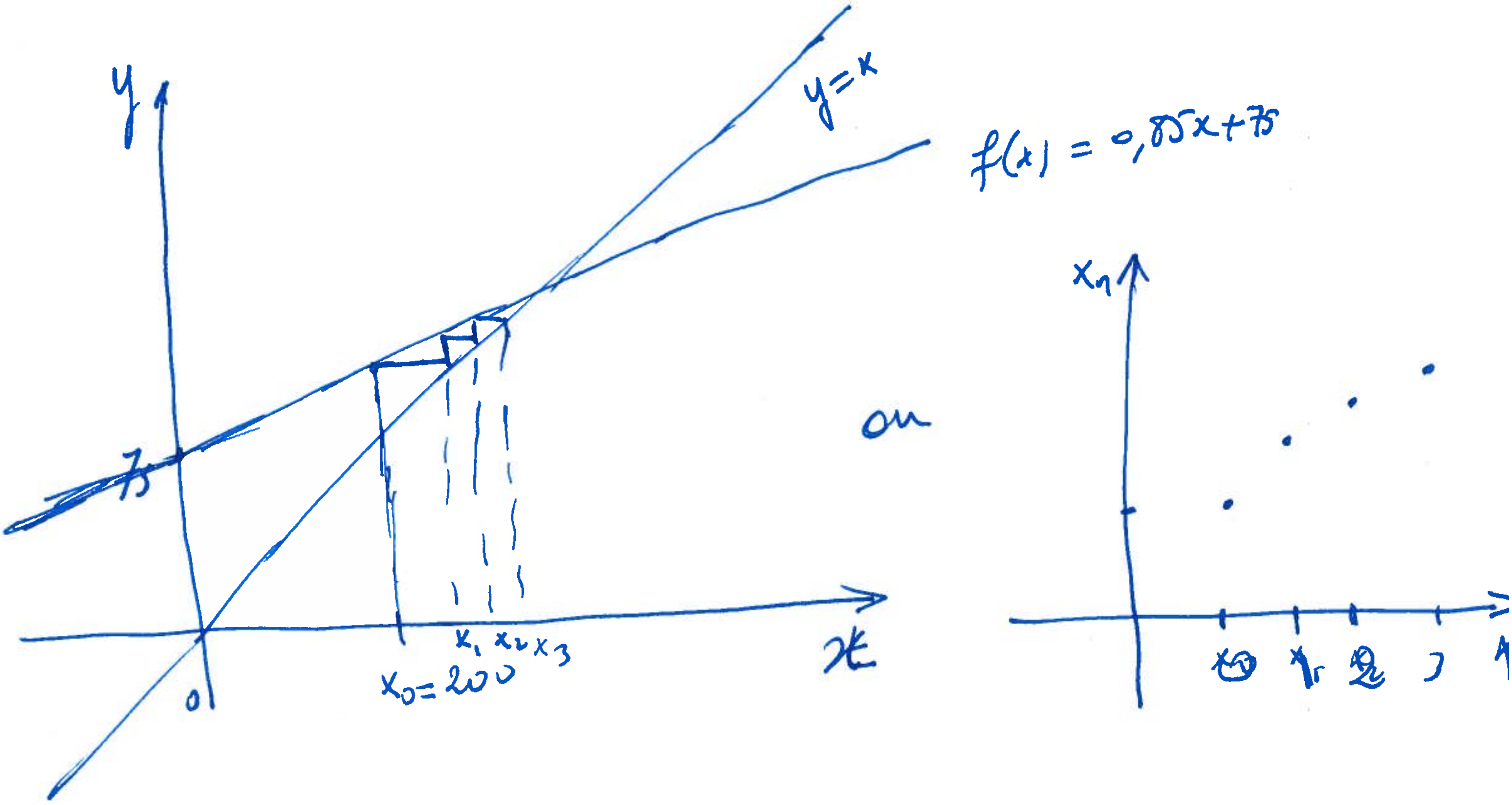
(d) Déterminer la solution de ce système dynamique quand $x_0 = 200$. $x_n =$

$$x_n = (0{,}85)^n (x_0 - x^*) + x^*$$

$$= (0{,}85)^n (200 - 500) + 500 = -300\,(0{,}85)^n + 500$$

(e) Tracer l'orbite de ce système dynamique lorsque $x_0 = 200$, (4 points sont suffisants).

On peut tracer soit la toile d'araignée ou seulement l'orbite où on positionne 4 points



Exercice 2 : Le système dynamique suivant, joue un rôle dans l'analyse des modèles non linéaires des réseaux de neurones :

$x_{n+1} = \dfrac{\alpha x_n}{1+\beta x_n}$ *pour* $n = 0,1,2,\ldots$. Où α *et* β sont des nombres positifs.

Supposons que $\alpha = 2,5$ *et* $\beta = 1,5$

(a) Si $x_0 = 2$ alors $x_1 =$ 1,25,

$x_2 =$ 1,0869565,

$x_3 =$ 1,0330585

(b) Déterminer le point d'équilibre de ce système dynamique, $x^* =$ 1

Ou $x^* = 0$ (mais ce point n'est pas viable)