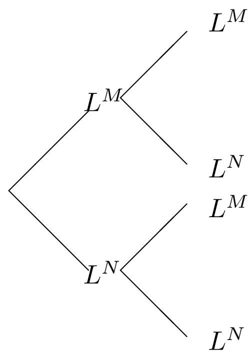
MAT 2779, Introduction à la biostatistique

Solutionnaire du Devoir 1
Echéance : le vendredi 19 septembre, 2014 à 15h

$Total = 100$ points

Chaque exercice vaut 15 points, sauf l'exercice 3.2 qui vaut 10 points

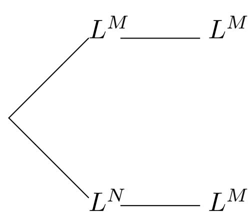
Exercice 2.1. (a)



Gamète femelle	Gamète mâle $\frac{1}{2}L^M$	Gamète mâle $\frac{1}{2}L^N$
$\frac{1}{2}L^M$	$\frac{1}{4}L^M L^M$ (type M)	$\frac{1}{4}L^M L^N$ (type MN)
$\frac{1}{2}L^N$	$\frac{1}{4}L^M L^N$ (type MN)	$\frac{1}{4}L^N L^N$ (type N)

L'enfant peut avoir le type M avec une probabilité de 1/4, le type N avec une probabilité de 1/4, et le type MN avec une probabilité de 1/2.

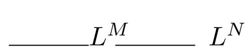
(b)



Gamète femelle	Gamète mâle $\frac{1}{2}L^M$	Gamète mâle $\frac{1}{2}L^N$
L^M	$\frac{1}{2}L^M L^M$ (type M)	$\frac{1}{2}L^M L^N$ (type MN)

L'enfant peut avoir le type M ou le type MN, chacun avec une probabilité de 1/2.

(c)



Gamète femelle	Gamète mâle L^N
L^M	$L^M L^N$ (type MN)

L'enfant peut avoir le type MN avec une probabilité de 1.

Exercice 2.5. (a) Une fleure est mauve seulement si le génotype est $CCPP$, $CCPp$ $CcPP$ or $CcPp$. Les fleurs sont blanches pour tous les autres cas, c'est-à-dire quand le génotype est $ccPP, ccPp, CCpp, Ccpp, ccpp$.
(b) Considérons le croisement $CcPp \times CcPp$.

Gamète femelle	Gamète mâle $\frac{1}{4}CP$	$\frac{1}{4}Cp$	$\frac{1}{4}cP$	$\frac{1}{4}cp$
$\frac{1}{4}CP$	$\frac{1}{16}CC\ PP$ (mauve)	$\frac{1}{16}CC\ Pp$ (mauve)	$\frac{1}{16}Cc\ PP$ (mauve)	$\frac{1}{16}Cc\ Pp$ (mauve)
$\frac{1}{4}Cp$	$\frac{1}{16}CC\ Pp$ (mauve)	$\frac{1}{16}CC\ pp$ (blanche)	$\frac{1}{16}Cc\ Pp$ (mauve)	$\frac{1}{16}Cc\ pp$ (blanche)
$\frac{1}{4}cP$	$\frac{1}{16}Cc\ PP$ (mauve)	$\frac{1}{16}Cc\ Pp$ (mauve)	$\frac{1}{16}cc\ PP$ (blanche)	$\frac{1}{16}cc\ Pp$ (blanche)
$\frac{1}{4}cp$	$\frac{1}{16}Cc\ Pp$ (mauve)	$\frac{1}{16}Cc\ pp$ (blanche)	$\frac{1}{16}cc\ Pp$ (blanche)	$\frac{1}{16}cc\ pp$ (blanche)

La probabilité qu'une plante de la prochaine génération ait des fleurs mauves est 9/16.

Exercice 3.2. Soient A et F les événements que le résident parle l'anglais et le français, respectivement. On a

$$P(A \cap F') = 0,599; \quad P(A' \cap F) = 0,016; \quad P(A' \cap F') = 0,013.$$

(a) On veut

$$P(A \cup F) = 1 - P(A' \cap F') = 1 - 0,013 = 0,987.$$

Alors, 98.7% des résidents parlent au moins une des deux langues officielles.
(b) On veut $P(A \cap F)$. Puisque,

$$P(A \cup F) = P(A \cap F') + P(F \cap A') + P(A \cap F),$$

alors

$$\begin{aligned} P(A \cap F) &= P(A \cup F) - P(A \cap F') - P(F \cap A') \\ &= 0,987 - 0,599 - 0,016 = 0,372 \end{aligned}$$

Alors, 37,2% des résidents parlent le français et l'anglais.

Exercice 3.5. Soit I l'événement que la tomate ait une plus grande résistance aux insectes et D l'événement que la tomate ait une plus longue durée de conservation. On a $P(I) = 0,75$; $P(D) = 0,5$; $P(I \cap D) = 0,3$.
(a) $P(I \cap D') = P(I) - P(I \cap D) = 0,75 - 0,3 = 0,45$.
(c) $P(I' \cap D) = P(D) - P(I \cap D) = 0,5 - 0,3 = 0,2$.
(d) $P(I' \cap D') = 1 - P(I \cup D) = 1 - [P(I) + P(D) - P(I \cap D)] = 1 - 0,95 = 0,05$.

Exercice 4.2 Soit D l'événement que l'enfant ait le syndrome de Down et + l'événement que le test est positif.
(a) Le taux des faux positifs est

$$P(+|D') = \frac{P(+ \cap D')}{P(D')} = \frac{50/1000}{995/1000} = \frac{50}{995} = 0,0503.$$

Le taux des faux négatifs est
$$P(-|D) = \frac{P(- \cap D)}{P(D)} = \frac{2/1000}{5/1000} = \frac{2}{5} = 0,4.$$
(b) La sensibilité est $P(+|D) = 3/5 = 0,6$. La spécificité est $P(-|D') = 945/995 = 0,9497$.

(c) La valeur prédictive positive est $P(D|+) = 3/53 = 0,0566$. La valeur prédictive négative est $P(D'|-) = 945/947 = 0,9979$.

Exercice 4.3. Soit D l'événement qu'un homme développera le cancer de la prostate. Soit A l'événement que son niveau d'APS est plus grand que 10, B est l'événement que son niveau d'APS est entre 4 et 10, et C est l'événement que son niveau d'APS est inférieure à 4. On a
$$P(D|A) = 0,67;\ P(D|B) = 0,25;\ P(D|C) = 0,05;$$
et
$$P(A) = 0,15;\ P(B) = 0,10;\ P(C) = 0,75;$$
(a) On veut
$$\begin{aligned} P(D) &= P(D|A)P(A) + P(D|B)P(B) + P(D|C)P(C) \\ &= (0,67)(0,15) + (0,25)(0,10) + (0,05)(0,75) \\ &= 0,163. \end{aligned}$$
(b) On veut
$$P(A|D) = \frac{P(D \cap A)}{P(D)} = \frac{(0,67)(0,15)}{0,163} = 0,6166.$$

Exercice 8.5. Soit A l'événement que la personne ait accès à de l'eau potable, et B l'événement que la personne souffre d'une maladie hydrique. On a
$$P(A) = 0,45;\ P(B|A) = 0,32;\ P(B|A') = 0,88.$$
(a) On veut
$$P(B) = P(B|A)P(A) + P(B|A')P(A') = (0,32)(0,45) + (0,88)(0,55) = 0,628.$$
(b) On veut
$$P(A'|B) = \frac{P(A' \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B|A')P(A')}{P(B)} = \frac{(0,88)(0,55)}{0,628} = 0,7707.$$