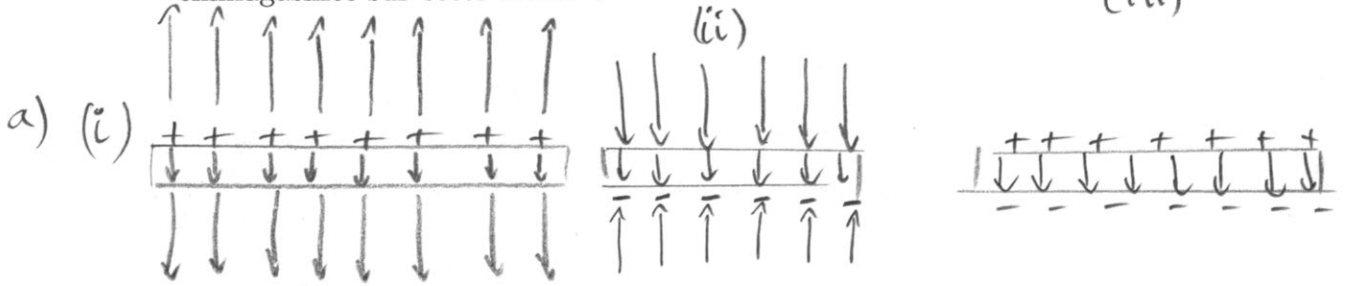


1. (20 points) Une fine membrane de 10 nm d'épaisseur et de constante diélectrique $K = 8$, sépare une couche d'ions positifs à l'extérieur d'une cellule, d'une couche d'ions négatifs à l'intérieur. (a) Dessinez les lignes de champ associées à (i) la couche d'ions positifs, (ii) la couche d'ions négatifs, (iii) l'ensemble du système formé de la membrane et des ions. (b) Si le champ électrique dû à ces charges est $10^7 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$, trouvez la charge par unité de surface dans les couches ioniques de chaque côté de la membrane. (c) Trouvez la capacité de $100 \mu\text{m}^2$ de membrane. (d) Trouvez l'énergie électrique emmagasinée sur cette membrane.



b) $E = 10^7 \text{ N/C}$, on sait que le champ dans la membrane est égale à $2 \times \frac{|\sigma|}{2\epsilon_0} = \frac{|\sigma|}{\epsilon_0}$.

donc $10^7 = E\epsilon_0 = 10^7 \times 8,85 \times 10^{-12} = 8,85 \mu\text{C} \cdot \text{m}^{-2}$

c) $A = 100 \mu\text{m}^2 = 10^2 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2 = 10^{-10} \text{ m}^2$, la capacité vaut

$$C = \frac{k\epsilon_0 A}{L} = \frac{8(8,85 \times 10^{-12})(10^{-10})}{10^{-8}} = 0,708 \text{ pF} = 0,708 \times 10^{-12} \text{ F}$$

d) $U_E = \frac{1}{2} CV^2$, or on sait que $Ed = V$ donc $V = \frac{10^7}{10^{-8}} = 0,1 \text{ V}$

Alors, $U_E = \frac{1}{2} (7,08 \times 10^{-13}) \times (10^{-1})^2 = 3,54 \times 10^{-15} \text{ J} = 3,54 \text{ fJ}$.

2. (20 points) (a) Dans la molécule de H_2 , les deux protons sont séparés par une distance de $0,74 \times 10^{-10} m$. Quel est le module de la force électrique qu'ils exercent l'un sur l'autre? (b) Dans un cristal de $NaCl$, les ions Na^+ et Cl^- sont distants de $2,82 \times 10^{-10} m$. Quel est le module de la force électrique qu'ils exercent l'un sur l'autre? (c) La molécule d'eau a un moment dipolaire de module $p = 6,2 \times 10^{-30} C \cdot m$. Trouvez le module de la force électrique engendrée par le dipôle sur un ion de charge $+e$ à une distance de $0,5$ nm, dans le cas où l'ion se trouve sur l'axe du dipôle.

$$a) r = 0,74 \times 10^{-10} m \quad q_p = 1,6 \times 10^{-19} C$$

$$F_E = \frac{k q_p^2}{r^2} = 4,21 \times 10^{-8} N$$

$$b) r = 2,82 \times 10^{-10} m \quad q_{Na^+} = 1,6 \times 10^{-19} C \quad q_{Cl^-} = -1,6 \times 10^{-19} C$$

$$F = \frac{k |q_{Na^+} q_{Cl^-}|}{r^2} = 2,90 \times 10^{-9} N$$

c) On sait que $p = Qd$, de sorte que $d = 3,88 \times 10^{-11} m$.

comme $r = 0,5$ nm $r \gg d$, alors on peut utiliser la

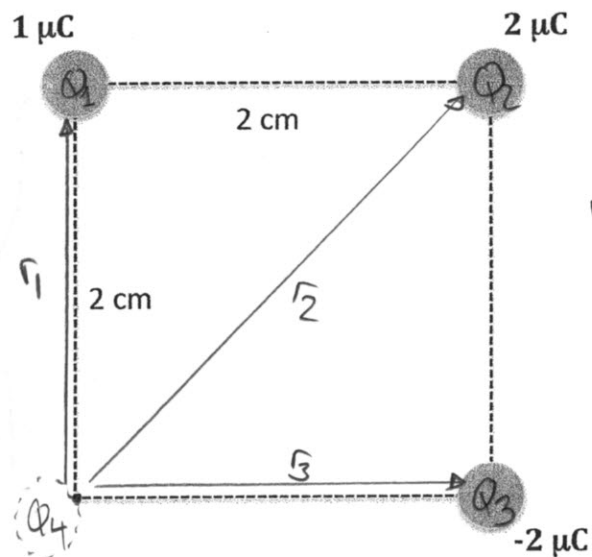
formule $F_E = Eq$ où $E = \frac{2kp}{r^3}$

$$\text{donc } F = (1,6 \times 10^{-19})^3 \times \frac{(2 \times 9 \times 10^9 \times 6,2 \times 10^{-30})}{(0,5 \times 10^{-9})^3}$$

$$= 1,43 \times 10^{-10} N \quad \left(\text{Note, pour } r = 0,5 \text{ nm} = 0,5 \times 10^{-9} m \right)$$

$$F = 1,43 \times 10^{-28} N$$

3. (20 points) (a) Déterminez le potentiel créé au coin inférieur gauche par les trois charges de la figure ci-dessous. (b) On place une charge de $-1\mu\text{C}$ au coin inférieur gauche. Quelle énergie potentielle cette charge partage-t-elle avec les trois autres? (c) Quelle est l'énergie potentielle du système formé par les quatre charges ?



$$\begin{aligned}
 r_2 &= \sqrt{r_1^2 + r_3^2} \\
 &= \sqrt{(0,02)^2 + (0,02)^2} \\
 &= \sqrt{0,0008} \\
 &= 0,0283 \text{ m}
 \end{aligned}$$

Figure 1: Question 3

$$\begin{aligned}
 \text{a) } V &= \sum \frac{kq_i}{r_i} = \frac{kQ_1}{r_1} + \frac{kQ_2}{r_2} + \frac{kQ_3}{r_3} \\
 &= k \left(\frac{10^{-6}}{0,02} + \frac{2 \cdot 10^{-6}}{0,0283} + \frac{2 \cdot 10^{-6}}{0,02} \right) \\
 &= 9 \times 10^9 (120,71 \times 10^{-6}) \\
 V &= \underline{1,086 \cdot 10^6 \text{ V}}
 \end{aligned}$$

$$\text{b) } U = q_4 V = -10^{-6} \times 1,086 \cdot 10^6 = \underline{-1,086 \text{ J}}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } U &= \sum_{i < j}^4 \frac{kq_i q_j}{r_{ij}} = k \left(\frac{Q_1 Q_2}{r_{12}} + \frac{Q_1 Q_3}{r_{13}} + \frac{Q_1 Q_4}{r_{14}} + \frac{Q_2 Q_3}{r_{23}} + \frac{Q_2 Q_4}{r_{24}} + \frac{Q_3 Q_4}{r_{34}} \right) \\
 r_{12} = r_{14} = r_{23} = r_{34} &= 0,02 \text{ m} \quad r_{13} = r_{24} = 0,0283 \text{ m} \quad \text{done} \quad U = \underline{-1,72 \text{ J}}
 \end{aligned}$$

4. (20 points) (a) Trouvez la résistance équivalente à l'association de résistances représentée à la figure ci-dessous. (b) Si une différence de potentiel de 10 V est appliquée entre les points A et B, trouvez la différence de potentiel aux bornes de la résistance de 4Ω .

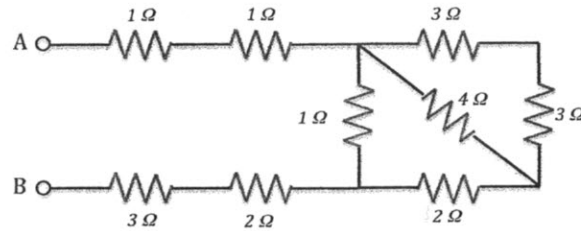


Figure 2: Question 4

a) voir solution à la liste d'exercice #4

$$R = 7,815 \Omega$$

$$\Delta V_4 = 0,567 V$$

5. (20 points) Une f.é.m idéal est reliée à trois résistances (voir figure ci-dessous). Trouvez le courant dans chaque résistance

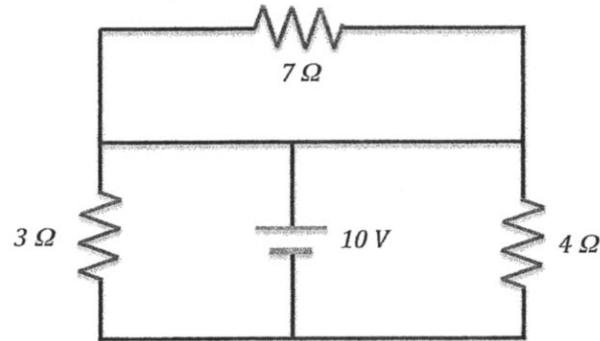


Figure 3: Question 5

- Il y a un court-circuit aux bornes de la résistances de 7Ω , donc elle n'est pas parcourue d'un courant

$$\rightarrow I_{7\Omega} = 0$$

- Les deux autres résistances sont branchés sur la f.é.m et subissent donc une différence de potentiel de $10V$.

$$\rightarrow I_{3\Omega} = \frac{\mathcal{E}}{R_{3\Omega}} = \frac{10}{3} = 3,33 A$$

$$\rightarrow I_{4\Omega} = \frac{\mathcal{E}}{R_{4\Omega}} = \frac{10}{4} = 2,50 A$$

6. (20 points) Complétez les phrases suivantes:

- (a) La force entre deux charges de signes opposés est attractive.
- (b) La force sur une charge q dans un champ électrique E vaut qE .
- (c) La force électrique sur une charge positive est parallèle au champ; la force électrique sur une charge négative est opposée au champ.
- (d) Le champ entre deux plaques métalliques de charges opposées est pratiquement uniforme. Le champ d'une charge ponctuelle est inversement proportionnel carre de la distance r . Le champ d'un fil rectiligne infini est inversement proportionnel à la distance r .
- (e) la variation d'énergie potentielle d'une charge q déplacée dans une différence de potentiel ΔV vaut $q\Delta V$.
- (f) Les surfaces équipotentielles près d'une charge ponctuelle sont des sphères concentriques.
- (g) Deux charges $+q$ et $-q$, sont séparées par une distance l , ont un moment dipolaire de module ql dirigé vers $+q$.
- (h) Si on double le voltage aux bornes d'un condensateur, l'énergie emmagasinée change d'un facteur 4.
- (i) Si un condensateur a une capacité C et que ses armatures portent des charges $+Q$ et $-Q$, la différence de potentiel vaut Q/C .
- (j) Insérer un diélectrique entre deux plaques chargées diminue le champ, diminue la différence de potentiel et accroît la capacité.

7. (5 points - Bonus): Montrez que $1\Omega = 1\text{kg}\cdot\text{m}^2/(\text{s}^3\cdot\text{A}^2)$

$$[R] = \left[\frac{\Delta V}{I} \right] = \left[\frac{U}{qI} \right] = \frac{\text{N}\cdot\text{m}}{\text{C}\cdot\text{A}} = \frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{m} \cdot \frac{1}{\text{A}\cdot\text{s}} \cdot \frac{1}{\text{A}}$$

on a utilisé

$$R = \frac{V}{I} \quad \left\{ \begin{array}{l} U = qV \\ F = ma \\ \Delta I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \end{array} \right.$$

Donc

$$1\Omega = 1 \frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}^3\cdot\text{A}^2}$$

7