MAT 2777, Probabilités et statistique pour ingénieurs

Devoir 1 - solutionnaire

Résoudre les exercices suivants en utilisant une calculatrice TI-30, TI-34, Casio FX-260 ou Casio FX-300.

[2] 1. Par le principe de multiplication, il y a $3 \cdot 4 \cdot 3 = 36$ façons différentes de choisir les trois outils.

[6] 2.

(a) L'arrangement des 12 composants nous donne la conception. Alors, il y a $P_{12}^{12} = 12! = 479\,001\,600$ différentes conceptions.

(b) Pour obtenir une de ces conceptions, on peut faire la sélection de 7 positions parmi 12 pour les sept composants qui sont identiques et ensuite ordonner les autres composants pour déterminer leurs positions parmi les 5 positions qui nous reste. Alors il y a

$$\binom{12}{7} \cdot P_5^5 = (792)\,(120) = 95\,040 \text{ conceptions possibles.}$$

(c) Pour obtenir une de ces conceptions, on peut faire la sélection de 3 positions parmi 12 pour les trois composants qui sont identiques et ensuite choisir 4 positions parmi les 9 positions qui nous reste pour les quatres composants du type 2. Ensuite, on arrange les 5 composants qui nous reste pour déterminer leurs positions. Alors il y a

$$\binom{12}{3}\binom{9}{4} \cdot P_5^5 = (220)(126)\,(120) = 3\,326\,400 \text{ conceptions possibles.}$$

[4] 3.

(a) Le nombre d'échantillons qui contiennent exactement une pièce non-conforme est

$$\binom{2}{1}\binom{10}{2} = (2)(45) = 90.$$

(b) Le nombre d'échantillons contiennent au moins une pièce non-conforme est la différence entre le nombre total d'échantillons et le nombre d'échantillons sans pièce non-conforme :

$$\binom{12}{3} - \binom{10}{3} = 220 - 120 = 100.$$

Solution Alternative: Puisqu'il y a deux pièces non-conformes, alors avoir avoir au moins une pièce non-conforme veut dire qu'il y a soit exactement une pièce non-conforme ou exactement deux pièces non-conformes. Alors, on peut compter les échantillons de la façon suivante :

$$\binom{2}{1}\binom{10}{2} + \binom{2}{2}\binom{10}{1} = 90 + 10 = 100.$$

[6] 4.

(a) $P(A') = 1 - P(A) = 0,7$

(b) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,3 + 0,2 - 0,1 = 0,4$

(c) $P(A' \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 0,2 - 0,1 = 0,1$

(d) $P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B) = 0.3 - 0.1 = 0.2$

(e) $P[(A \cup B)'] = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,4 = 0,6$

(f) $P(A' \cup B) = P(A') + P(B) - P(A' \cap B) = 0,7 + 0,2 - 0,1 = 0,8$

[4] 5. On a $P(A) = 1/4$, puisque le rouge est 1 de 4 couleurs; $P(B) = 2/3$, puisqu'il y a 2 des 3 tailles de polices qui ne sont pas la plus petites. En outre, par le principe de multiplication, en considérant le choix de la couleur suivie par le choix de la taille de la police :

$$P(A \cap B) = \frac{1 \cdot 2}{4 \cdot 3} = \frac{1}{6}.$$

En alternatif: Puisque la couleur et la taille de la police sont choisis au hasard, ce qui implique un est choisi indépendamment de l'autre. Alors, par l'indépendance, on a $P(A \cap B) = P(A)P(B) = (1/4)(2/3) = 1/6$. **N.B.:** Si vous avez fait le calcul $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ sans indiquer que A et B sont indépendants, alors vous allez perdre 0,5 point.

(a) $P(A' \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 0,5$

(b) $P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B) = 0,0833$

(c) $P[(A \cup B)'] = 1 - P(A \cup B) = 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)] = 0,25$

[2] 6. Par la formule des probabilités totales, on a

$$P(A) = P(A|B)P(B) + P(A|B')P(B') = (0,2)(0,8) + (0,3)(1 - 0,8) = 0,22.$$

[4] 7. Soit T l'événement que la commande inclut une tente et M l'événement que la commande inclut un matela. On a

$$P(M|T) = 0,4; P(M|T') = 0,05; P(T) = 0,2.$$

(a) La probabilité que la commande inclut un matela est

$$\begin{aligned} P(M) &= P(M|T)P(T) + P(M|T')P(T') \\ &= (0,4)(0,2) + (0,05)(1-0,2) = 0,12. \end{aligned}$$

(b) La probabilité que la commande inclut une tente en sachant qu'elle inclut un matela est

$$P(T|M) = \frac{P(T \cap M)}{P(M)} = \frac{P(M|T)P(T))}{P(M)} = \frac{(0,4)(0,2)}{0,12} = 0,6667.$$

[4] 8. Soient E, A_s, A_d et C les événements d'une erreur de lecture, d'un alignement asymétrique, d'un alignement décentré et d'un alignement correct, respectivement. On a

$$P(A_s) = 0,1; P(A_d) = 0,05; P(C) = 0,85;$$

et

$$P(E|A_s) = 0,01; P(E|A_d) = 0,02; P(E|C) = 0,001.$$

(a) Par le formule des probabilités totale, on obtient

$$\begin{aligned} P(E) &= P(E|A_s)P(A_s) + P(E|A_d)P(A_d) + P(E|C)P(C) \\ &= (0,01)(0,1) + (0,02)(0,05) + (0,001)(0,85) = 0,00285. \end{aligned}$$

(b) On veut

$$P(A_s|E) = \frac{P(A_s \cap E)}{P(E)} = \frac{P(E|A_s)P(A_s))}{P(E)} = \frac{(0,01)(0,1)}{0,00285} = 0,3509.$$

[/32]