

**MAT 1748-Hiver 2013-Devoir #2**  
**A remettre le Jeudi 31 Janvier au début du cours**

Nom Solutions

Prénom \_\_\_\_\_

Numéro d'étudiant \_\_\_\_\_

- **Veillez imprimer le devoir et écrire vos solutions dans l'espace donné.**
- Vous pouvez utiliser le verso des pages ou les pages supplémentaires si nécessaire mais assurez-vous de l'indiquer clairement.
- Il y a 5 questions dans ce devoir.
- Vous devez répondre à toutes les questions.
- Veillez rédiger vos réponses de manière lisible et logique.

**Question 1.** Une formule logique  $\phi$  contient trois atomes  $X$ ,  $Y$  et  $Z$ . Le tableau de vérité de  $\phi$  est donné:

| $X$ | $Y$ | $Z$ | $\phi$ |
|-----|-----|-----|--------|
| V   | V   | V   | F      |
| V   | V   | F   | F      |
| V   | F   | V   | V      |
| V   | F   | F   | F      |
| F   | V   | V   | V      |
| F   | V   | F   | V      |
| F   | F   | V   | F      |
| F   | F   | F   | V      |

Donner une formule en FND équivalente à  $\phi$  et une formule en FNC équivalente à  $\phi$ .

Solution

$$\underline{\text{FND}} [(A \wedge \neg B \wedge C) \vee (\neg A \wedge B \wedge C) \vee (\neg A \wedge B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C)]$$

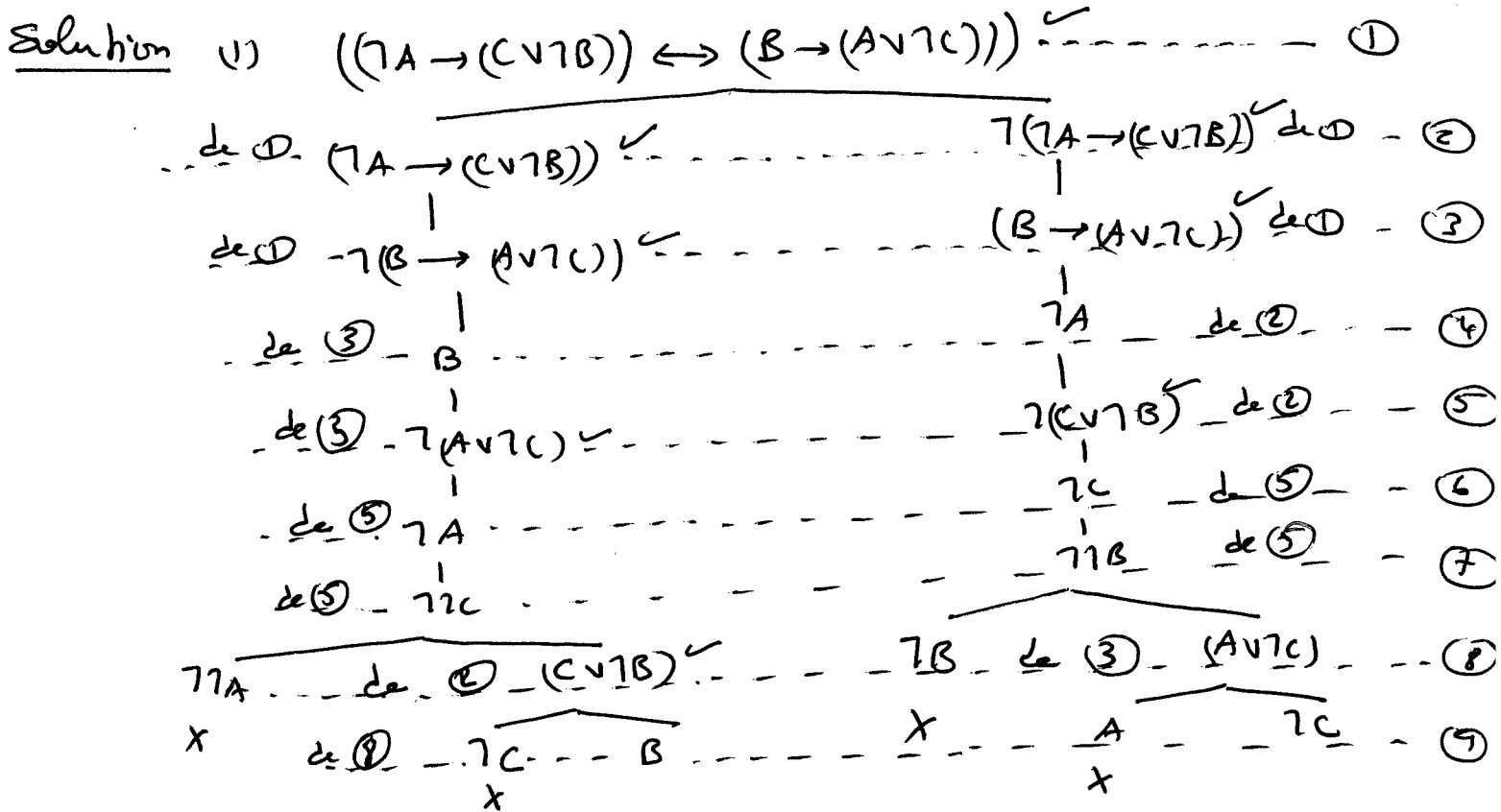
$$\underline{\text{FNC}} [(\neg A \vee \neg B \vee \neg C) \wedge (\neg A \vee \neg B \vee C) \wedge (\neg A \vee B \vee C) \wedge (A \vee B \vee \neg C)]$$

**Question 2.** (1) Utiliser la méthode de l'arbre de vérité pour trouver une formule en FND équivalente à  $\psi$ .

$$((\neg A \rightarrow (C \vee \neg B)) \leftrightarrow (B \rightarrow (A \vee \neg C))).$$

(2) Utiliser les manipulations algébriques pour trouver une formule en FNC équivalente à

$$((A \rightarrow (B \rightarrow \neg C)) \rightarrow A).$$



FND équivalente:  $(\neg A \wedge B \wedge C) \vee (\neg A \wedge B \wedge \neg C)$

$$\begin{aligned} (2) (A \rightarrow (B \rightarrow \neg C)) \rightarrow A &\equiv (\neg(A \rightarrow (B \rightarrow \neg C)) \vee A) \equiv ((A \wedge \neg(B \rightarrow \neg C)) \vee A) \\ &\equiv (A \wedge B \wedge \neg C) \vee A \equiv ((A \wedge B \wedge C) \vee A) \end{aligned}$$

$$\equiv (A \vee A) \wedge (B \vee A) \wedge (C \vee A) \equiv (A \wedge (A \vee B) \wedge (A \vee C)) : \text{FNC}$$

**Question 3.** Considérer l'argument suivant:

*Pour que le gouvernement impose de nouvelles taxes, il est nécessaire qu'il y ait une récession économique ou un déficit budgétaire. Pour que les exportations excèdent les importations, il est suffisant que le gouvernement impose de nouvelles taxes et qu'il y ait une augmentation du commerce. Le gouvernement impose de nouvelles taxes si et seulement si il y a une récession économique ou les exportations excèdent les importations. Alors, il y a un déficit budgétaire à moins que le gouvernement n'impose pas de nouvelles taxes.*

(a) Utiliser les atomes suivants pour traduire l'argument du français à la logique propositionnelle:

T: Le gouvernement impose de nouvelles taxes

R: Il y a une récession économique

E: Les exportations excèdent les importations

D: Il y a un déficit budgétaire

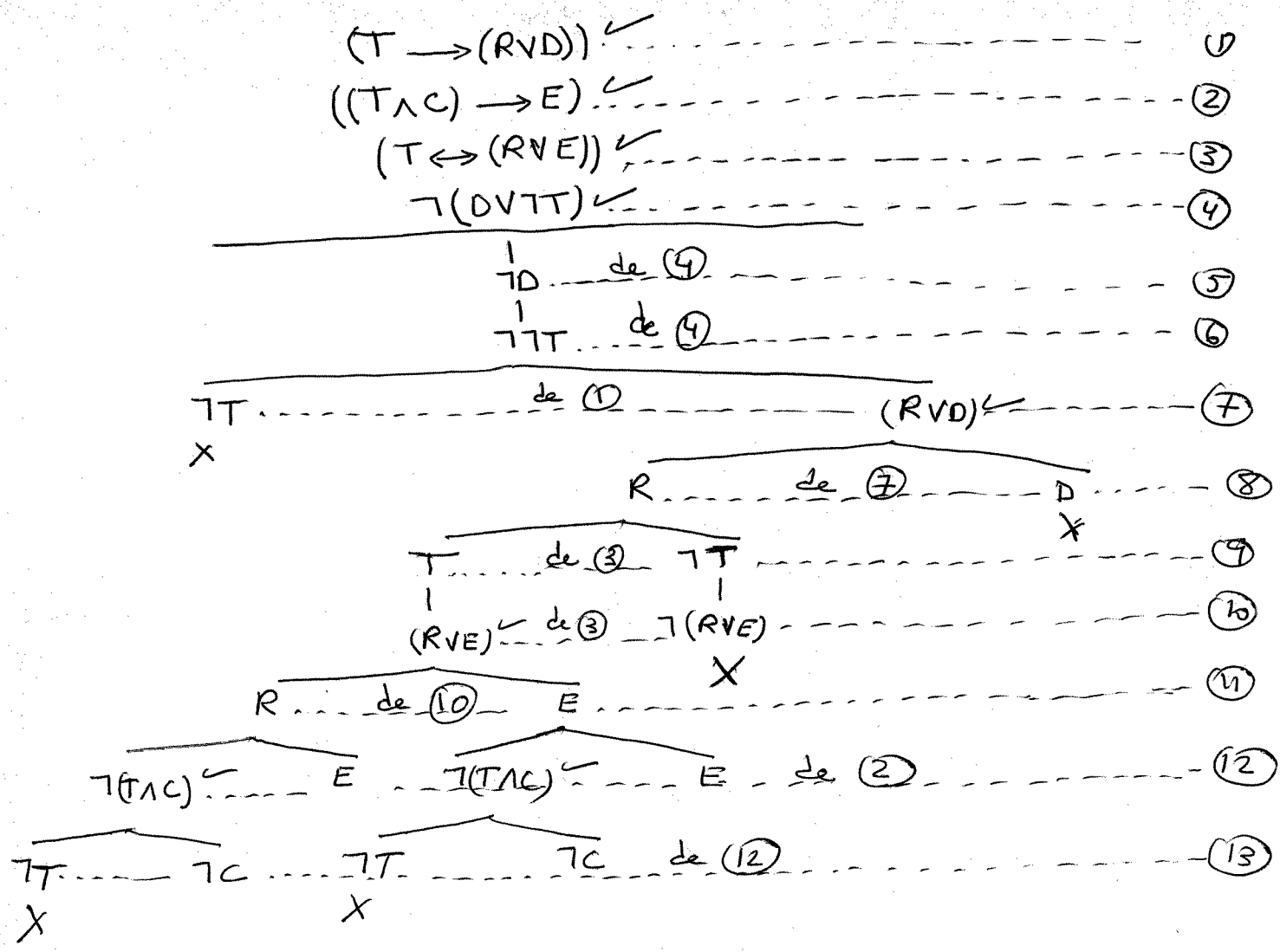
C: Il y a une augmentation du commerce

Solution

$$\begin{array}{l}
 (T \rightarrow (R \vee D)) \\
 ((T \wedge C) \rightarrow E) \\
 (T \leftrightarrow (R \vee E)) \\
 \hline
 (D \vee \neg T)
 \end{array}$$

(b) Utiliser la méthode de votre choix pour décider si l'argument est valide.

Solution Par la méthode de l'arbre de vérité



Il y a des branches ouvertes, l'argument n'est valide.

Voici quelques contre-exemples.

| T | R | E | D | C |
|---|---|---|---|---|
| V | V | V | F | F |
| V | V | F | F | F |
| V | V | V | F | V |



### Autre méthode

P: "A chevalier"    Q: "B chevalier",    R: "B est innocent"

A dit:  $(Q \rightarrow R)$     ,    B dit:  $(P \leftrightarrow \neg R)$

| P | Q | R | $(Q \rightarrow R)$ | $(P \leftrightarrow \neg R)$ |
|---|---|---|---------------------|------------------------------|
| V | V | V | V                   | F                            |
| V | V | F | F                   | V                            |
| V | F | V | V                   | F                            |
| V | F | F | V                   | V                            |
| F | V | V | V                   | V                            |
| F | V | F | F                   | F                            |
| F | F | V | V                   | V                            |
| F | F | F | V                   | F                            |

"A dit"      "B dit"

Nota que P et  $(Q \rightarrow R)$  doivent avoir la même valeur de vérité

De même pour Q et  $(P \leftrightarrow \neg R)$ .

Le seul cas où ça marche et pour la solution

| P | Q | R |
|---|---|---|
| V | F | V |

C'est à dire, A chevalier, B copain et B innocent.