1. Quel est le domaine de la fonction

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{|x| - 1}?$$

on doit avoir $x \geq 0$

on doit avoir $x \neq \pm 1$

L'intersection des deux conditions est

$\boxed{x \geq 0,\ x \neq 1}$

A. Tous les nombres réels sauf $x = 1$.

B. Tous les nombres $x \geq 0$ sauf $x = 1$.

C. Tous les nombres réels.

D. Tous les nombres réels sauf $x = \pm 1$.

E. $x \geq 0$.

2. Pour la fonction $f(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$, que vaut $f'(1)$?

A. -1

B. 1

C. 2

D. 3

E. 4

$$f' = \frac{(x^2-1)'(x^2+1) - (x^2+1)'(x^2-1)}{(x^2+1)^2}$$

$$= \frac{2x(x^2+1) - 2x(x^2-1)}{(x^2+1)^2}$$

$$= \frac{\cancel{2x^3} + 2x - \cancel{2x^3} + 2x}{(x^2+1)^2} = \frac{4x}{(x^2+1)^2}$$

$$f'(1) = \frac{4}{(2)^2} = \frac{4}{4} = 1$$

3. Quelle est la solution de l'inégalité $\sqrt{x+1} \leq 2$?

A. $x \leq 3$

B. $-1 \leq x \leq 3$

C. $x \geq 3$

D. $x \geq -1$

E. tous les nombres réels.

on doit avoir $x+1 \geq 0 \Rightarrow \underline{x \geq -1}$

et $\left(\sqrt{x+1}\right)^2 \leq 2^2 \Rightarrow$

$x+1 \leq 4$

$\underline{x \leq 3}$

$-1 \leq x \leq 3$

4. Si vous déposez une somme M dans un compte de banque à un taux d'intérêt de 3% par année composé mensuellement, laquelle des expressions suivantes vous donne le montant de temps (en années) nécessaire afin que le solde soit quadruplé (c'est-à-dire, solde égal à $4M$)?

A. $\dfrac{\ln 4}{\ln(1+0.03)}$

B. $\dfrac{\ln 4}{12 \ln\left(1+\frac{0.03}{12}\right)}$

C. $\dfrac{\ln 4}{12 \cdot 0.03}$

D. $\dfrac{\ln 4}{0.03}$

E. $\dfrac{12 \ln\left(1+\frac{0.03}{12}\right)}{\ln 4}$

$4\cancel{M} = \cancel{M}\left(1+\frac{0.03}{12}\right)^{12t}$

$4 = \left(1+\frac{0.03}{12}\right)^{12t}$

$\ln 4 = 12t \ln\left(1+\frac{0.03}{12}\right)$

$t = \dfrac{\ln 4}{12 \ln\left(1+\frac{0.03}{12}\right)}$

5. (5 points) (a) Calculez la limite suivante, ou dire pourquoi la limite n'existe pas, selon le cas:

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-x-2}{x^2-4} = \lim_{x\to 2}\frac{\cancel{(x-2)}(x+1)}{\cancel{(x-2)}(x+2)}$$ (1)

$$= \lim_{x\to 2}\left(\frac{x+1}{x+2}\right) = \frac{3}{4}$$ (1)

(b) **En utilisant la définition fondamentale de la dérivée**, calculez $f'(1)$ pour la fonction $f(x) = \dfrac{2}{x^2}$.

(1.5)

$$f'(1) = \lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h} = \lim_{h\to 0}\left(\frac{\frac{2}{(1+h)^2}-2}{h}\right) =$$

$$\lim_{h\to 0}\left(\frac{2-2(1+h)^2}{h(1+h)^2}\right) = \lim_{h\to 0}\left(\frac{2-2-4h-2h^2}{h(1+h)^2}\right) =$$

$$\lim_{h\to 0}\left(\frac{\cancel{h}(-4-2h)}{\cancel{h}(1+h)^2}\right) = \lim_{h\to 0}\left(\frac{-4-2h}{(1+h)^2}\right) = -4$$

(0.5)

(1)

5. (5 points) (a) Calculez la limite suivante, ou dire pourquoi la limite n'existe pas, selon le cas:

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 4} = \lim_{x \to 2} \frac{\cancel{(x-2)}(x+3)}{\cancel{(x-2)}(x+2)}$$

$$= \lim_{x \to 2} \frac{(x+3)}{(x+2)} = \frac{5}{4}$$

(b) **En utilisant la définition fondamentale de la dérivée**, calculez $f'(1)$ pour la fonction $f(x) = \frac{4}{x^2}$.

$$f'(1) = \lim_{h \to 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \to 0} \left(\frac{\frac{4}{(1+h)^2} - 4}{h} \right) =$$

$$\lim_{h \to 0} \left(\frac{4 - 4(1+h)^2}{h(1+h)^2} \right) = \lim_{h \to 0} \left(\frac{4 - 4 - 8h - 4h^2}{h(1+h)^2} \right) =$$

$$\lim_{h \to 0} \left(\frac{\cancel{h}(-8 - 4h)}{\cancel{h}(1+h)^2} \right) = \lim_{h \to 0} \frac{-8-4h}{(1+h)^2} = -8$$

6. (6 points) Pour chacune des séries suivantes, calculez la somme (si elle converge), ou dire pourquoi la série diverge, selon le cas.

(a) $\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n$

$r = \frac{1}{2} \in (-1, 1)$ (1)

$\Rightarrow$ la série converge.

$a = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ (1)

Somme $= \dfrac{\frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{2}}$ (1)

$= \frac{1}{4}\big/\frac{1}{2} = \frac{1}{4} \cdot 2 = \frac{1}{2}$ (1)

(b) $\sum_{n=0}^{\infty} 3(-1.05)^n$

$|r| = |-1.05| = +1.05 \geq 1$ (1)

$\Rightarrow$ la série diverge (1)

6. (6 points) Pour chacune des séries suivantes, calculez la somme (si elle converge), ou dire pourquoi la série diverge, selon le cas.

(a) $\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n$

(b) $\sum_{n=0}^{\infty} 4(-1.06)^n$

$r = \frac{1}{3} \in (-1, 1)$

$\Rightarrow$ la série converge.

$a = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$

Somme $= \dfrac{\frac{1}{9}}{1 - \frac{1}{3}}$

$= \dfrac{\frac{1}{9}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{9} \cdot \frac{3}{2} = \frac{1}{6}$

$|r| = |-1.06| = 1.06 \geq 1$

$\Rightarrow$ la série diverge.

7. (6 points) Pour la fonction

$$y = f(x) = \sqrt{7x+2},$$

(a) Donnez le domaine de f,

(b) Donnez une formule pour la fonction inverse, $f^{-1}(x)$

(c) Trouvez l'équation de la droite tangente au graphe $y = f(x)$ au point $(2, 4)$.

a) On doit avoir $7x+2 \geq 0 \Rightarrow 7x \geq -2 \Rightarrow \boxed{x \geq \frac{-2}{7}}$ (1) (1)

domaine de f.

b) $y = \sqrt{7x+2}$ $\quad y^2 = 7x+2$ $\quad x = \frac{y^2-2}{7}$ (1)

Alors $\boxed{f^{-1}(x) = \frac{x^2-2}{7}}$ (1)

c) $f(x) = (7x+2)^{1/2} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2}(7x+2)^{-1/2} \cdot 7$

$f'(2) = \frac{7}{2\sqrt{16}} = \frac{7}{8} \equiv$ pente de la tangente. (1)

$\frac{y-4}{x-2} = 7/8 \Rightarrow y-4 = \frac{7}{8}(x-2) = \frac{7}{8}x - \frac{7}{4}$

$y = \frac{7}{8}x + 4 - \frac{7}{4}$

$\boxed{y = \frac{7}{8}x + \frac{9}{4}}$ (1)